МІНІСТЕРСТВО ТРАНСПОРТУ ТА ЗВ'ЯЗКУ УКРАЇНИ

ОДЕСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ ЗВ'ЯЗКУ ім. О.С. ПОПОВА

КАФЕДРА ДОКУМЕНТАЛЬНОГО ЕЛЕКТРОЗВ'ЯЗКУ

МЕТОДИ ПОШУКУ ТОЧКИ ЕКСТРЕМУМУ ВСЕРЕДИНІ ЗАДАНОГО ІНТЕРВАЛУ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
ДО ПРОВЕДЕННЯ ПРАКТИЧНОГО ЗАНЯТТЯ
З ДИСЦИПЛІНИ "МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ"

СХВАЛЕНО
на засіданні методичної
ради академії.
Протокол № 8 від 09.03.04 р.

Одеса 2004

УДК 681.5.015.32

План НМВ 2004/2005 рр.

Укладач **М.М. Балан**

Відп. редактор **М.В. Захарченко**

УХВАЛЕНО
на засіданні кафедри документального електрозв’язку і рекомендовано до друку.
Протокол № 1 від 02.09.2004 р.

1 МЕТА ЗАНЯТТЯ

1 Вивчення одновимірних методів пошуку точки екстремуму усередині заданого інтервалу в процесі виконання двох етапів: етапу визначення границь інтервалу та етапу зменшення інтервалу пошуку.

2 Вивчення методу розподілу інтервалу навпіл і методу золотого перетину.

3 Розв'язання задач із застосуванням вивчених процедур зменшення інтервалу пошуку.

2 КЛЮЧОВІ ПОЛОЖЕННЯ

2.1 Визначення границь інтервалу

На цьому етапі спочатку вибирається вихідна точка, а потім на основі правила вилучення будується відносно широкий інтервал, що містить точку екстремуму. Звичайно пошук граничних точок такого інтервалу проводиться за допомогою евристичних методів пошуку, хоча в ряді випадків можна також використовувати методи екстраполяції. Відповідно до одного з евристичних методів, що був запропонований Свенном, (k+1)-а пробна точка визначається за рекурентною формулою

$$x_{k+1} = x_k + 2^k\Delta, \qquad k = 0, 1, 2, \ldots ,$$

де x_k – довільно вибрана початкова точка, Δ – величина кроку, що підбирається деяким способом. Знак Δ визначається шляхом порівняння значень

$$f(x_0),\ f(x_0+|\Delta|) \text{ і } f(x_0-|\Delta|).$$

Якщо

$$f(x_0-|\Delta|) \geq f(x_0) \geq f(x_0+|\Delta|),$$

то, відповідно до припущення про унімодальність, точка мінімуму повинна розміщуватися правіше точки x_0 і величина Δ вибирається позитивною (рис.1). Якщо змінити знаки нерівностей на протилежні, то Δ варто вибирати негативною. Якщо виконується

$$f(x_0-|\Delta|) \geq f(x_0) \leq f(x_0+|\Delta|),$$

то точка мінімуму лежить між $(x_0-|\Delta|)$ та $(x_0+|\Delta|$ і пошук граничних точок завершений.

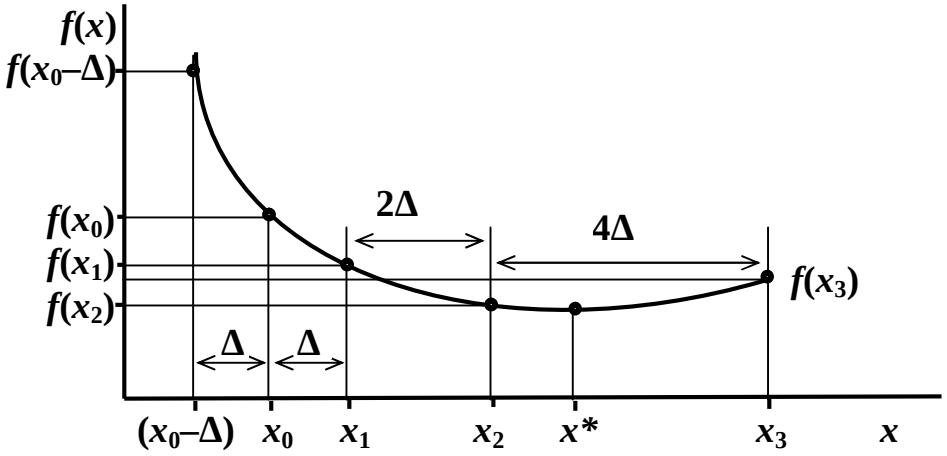


Рисунок 1 – Графічні ілюстрації до процедури пошуку граничних точок

Випадок, коли

$$f(x_0-|\Delta|) \le f(x_0) \ge f(x_0+|\Delta|),$$

суперечить припущенню про унімодальність при пошуку точки мінімуму. Виконання цієї умови свідчить про те, що функція не є унімодальною.

Відзначимо, що ефективність пошуку граничних точок безпосередньо залежить від величини кроку Δ. Якщо Δ велике, то отримуємо грубі оцінки координат граничних точок, і побудований інтервал виявляється досить широким. З іншого боку, якщо Δ мале, для визначення граничних точок може знадобитися досить великий обсяг обчислень.

2.2 Етап зменшення інтервалу

Після того як установлені границі інтервалу, що містить точку екстремуму, можна застосувати більш складну процедуру зменшення інтервалу пошуку з метою отримання уточнених оцінок координат екстремуму. Величина підінтервалу, що виключається на кожному кроці, залежить від розміщення пробних точок x_1 і x_2 усередині інтервалу пошуку. Оскільки місцезнаходження точки екстремуму апріорі невідомо, доцільно припустити, що розміщення пробних точок повинне забезпечувати зменшення інтервалу в тому самому відношенні. Крім того, з метою підвищення ефективності алгоритму бажано, щоб зазначене відношення було максимальним. Подібну стратегію називають мінімаксною стратегією пошуку.

2.2.1 Метод вилучення інтервалів

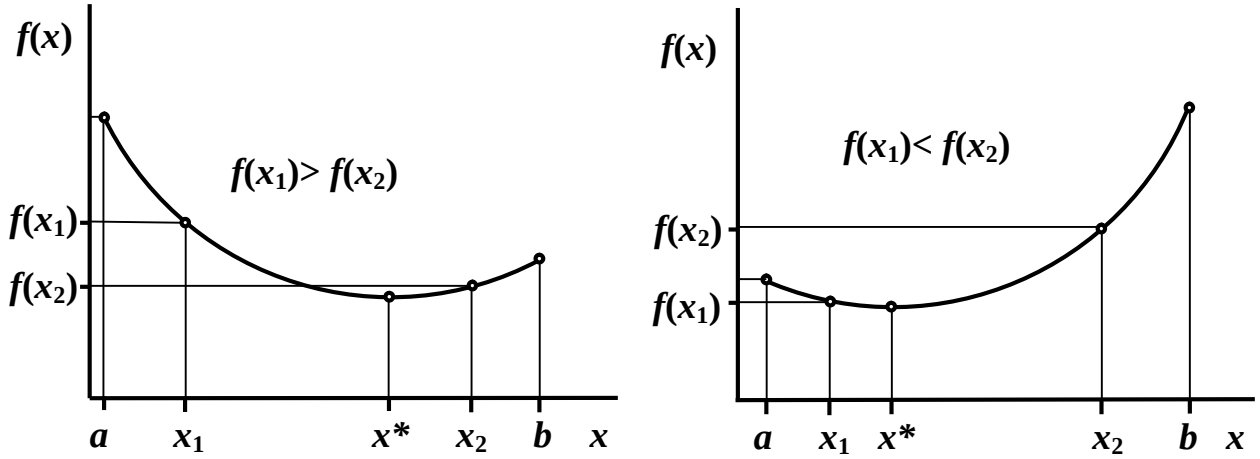
Фактично всі одновимірні методи пошуку, які використовуються на практиці, засновано на припущенні, що досліджувана функція в припустимій області принаймні має властивість унімодальності. Корисність цієї властивості визначається тим фактом, що для унімодальної функції *f(x)* порівняння значень $f(x)$ у двох різних точках інтервалу пошуку дозволяє визначити, у якому із заданих двома зазначеними точками підінтервалів, точка екстремуму відсутня.

Теорема

Нехай функція $f(x)$ унімодальна на замкненому інтервалі $a \le x \le b$, а її мінімум досягається в точці x^*. Розглянемо точки x_1 і x_2, які розміщені в інтервалі в такий спосіб, що $a<x_1<x_2<b$. Порівнюючи значення функції в точках x_1 і x_2, можна зробити наступні висновки.

1. Якщо $f(x_1)>f(x_2)$, то точка мінімуму $f(x)$ не лежить в інтервалі (a, x_1), тобто $x^* \in (x_1, b)$ (рис. 2, а).

2. Якщо $f(x_1)<f(x_2)$, то точка мінімуму $f(x)$ не лежить в інтервалі (x_2, b), тобто $x^* \in (a, x_2)$ (рис. 2, б).



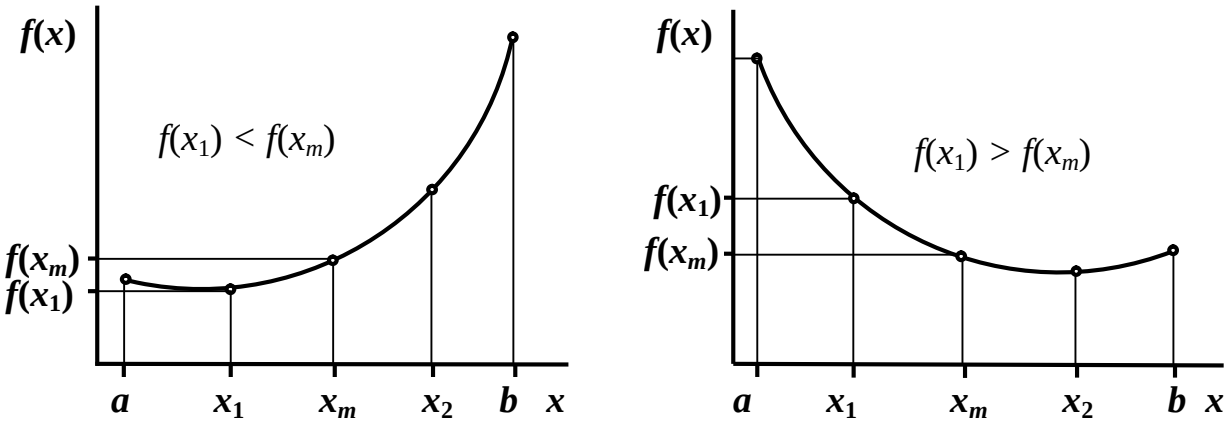
а) б)

Рисунок 2 – Графічні ілюстрації до теореми

Примітка. Якщо $f(x_1) = f(x_2)$, то можна виключити обидва крайні інтервали (a, x_1) і (x_2, b), при цьому точка мінімуму повинна розміщуватися в інтервалі (x_1, x_2).

2.2.2 Метод розподілу інтервалу навпіл

Розглянутий метод дозволяє виключати точно половину інтервалу на кожній ітерації. Іноді цей метод називають триточковим пошуком на рівних інтервалах, оскільки його реалізація заснована на виборі трьох пробних точок, які рівномірно розподілені в інтервалі пошуку. Нижче приводиться опис основних кроків пошукової процедури, орієнтованих на знаходження точки мінімуму функції $f(x)$ в інтервалі (a, b).



а) б)

Рисунок 3 – Графічні ілюстрації до методу розподілу інтервалу навпіл

К р о к 1. Покласти $x_m = (a + b) / 2$ і $L = b - a$. Обчислити значення $f(x_m)$.

К р о к 2. Покласти $x_1 = a + L/4$ і $x_2 = b - L/4$. Помітимо, що точки x_1, x_m, і x_2 поділяють інтервал (a, b) на чотири рівні частини. Обчислити значення $f(x_1)$ і $f(x_2)$.

К р о к 3. Порівняти $f(x_1)$ і $f(x_m)$.

(1) Якщо $f(x_1) < f(x_m)$ (рис. 3, а), виключити інтервал (x_m, b), поклавши $b = x_m$. Середньою точкою нового інтервалу пошуку стає точка x_1. Отже, необхідно покласти $x_m = x_1$. Перейти до кроку 5.

(2) Якщо $f(x_1) \geq f(x_m)$ (рис. 3, б), перейти до кроку 4.

К р о к 4. Порівняти $f(x_2)$ і $f(x_m)$.

(1) Якщо $f(x_2) < f(x_m)$, виключити інтервал (a, x_m), поклавши $a = x_m$. Тому що середньою точкою нового інтервалу стає точка x_2 покласти $x_m = x_2$. Перейти до кроку 5.

(2) Якщо $f(x_2) \geq f(x_m)$, виключити інтервали (a, x_1) і (x_2, b). Покласти $a = x_1$ і $b = x_2$. Відзначимо, що x_m продовжує залишатися середньою точкою нового інтервалу. Перейти до кроку 5.

К р о к 5. Обчислити $L = b - a$. Якщо величина $|L|$ мала, закінчити пошук. У противному разі повернутися до кроку 2.

Зауваження

1. На кожній ітерації алгоритму виключається точно половина інтервалу пошуку.

2. Середня точка послідовно отриманих інтервалів завжди збігається з однією з пробних точок x_1, x_2 або x_m, знайдених на попередній ітерації. Отже, на кожній ітерації потрібно не більш двох обчислень значення функції;

3. Якщо проведено n обчислень значення функції, то довжина отриманого інтервалу складає $(1/2)^{n/2}$ величини вихідного інтервалу.

4. У роботі [3] показано, що з усіх методів пошуку на рівних інтервалах (двоточковий, триточковий, чотириточковий і т.д.) триточковий пошук, чи метод розподілу інтервалу навпіл, відрізняється найбільшою ефективністю.

2.2.3 Пошук за допомогою методу золотого перетину

З проведеного вище розгляду методів вилучення інтервалів і мінімаксних стратегій пошуку можна зробити наступні висновки.

1. Якщо кількість пробних точок приймається рівною двом, то їх варто розміщати на однакових відстанях від середини інтервалу.

2. Відповідно до загальної мінімаксної стратегії пробні точки повинні розміщатися в інтервалі за симетричною схемою таким чином, щоб відношення довжини підінтервалу, що вилучається, до величини інтервалу пошуку залишалося постійним.

3. На кожній ітерації процедури пошуку повинне обчислюватися тільки одне значення функції в отримуваній точці.

Керуючись цими висновками, розглянемо симетричне розміщення двох пробних точок на початковому інтервалі одиничної довжини, яке показане на рис. 4. (Вибір одиничного інтервалу зумовлений розуміннями зручності.)

Пробні точки віддалені від граничних точок інтервалу на відстані τ. При такому симетричному розміщенні точок довжина інтервалу, що залишається після виключання, завжди дорівнює τ незалежно від того, яке зі значень функції в пробних точках виявляється меншим.

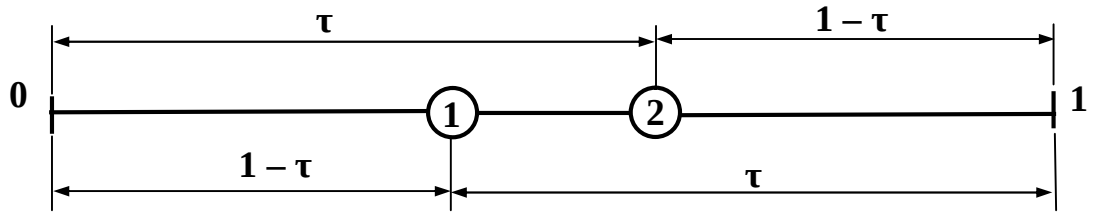


Рисунок 4 – Пошук за допомогою методу золотого перетину

Припустимо, що вилучається правий підінтервал. На рис. 5 показано, що підінтервал довжини τ, що залишився, містить одну пробну точку, яка розміщена на відстані (1 – τ) від лівої граничної точки.

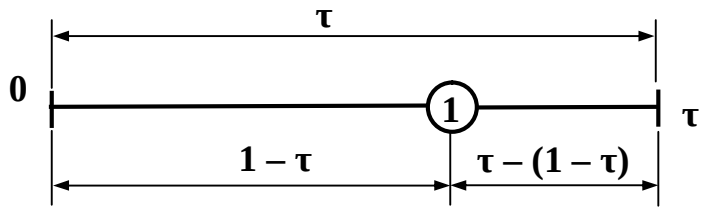


Рисунок 5 – Інтервали, отримані методом золотого перетину

Для того щоб симетрія пошукового зразка зберігалася, відстань (1 – τ) повинна складати τ-у частину довжини інтервалу (яка дорівнює τ). При такому виборі τ наступна пробна точка розміщується на відстані, рівній τ-й частині довжини інтервалу, від правої граничної точки інтервалу (рис. 6).

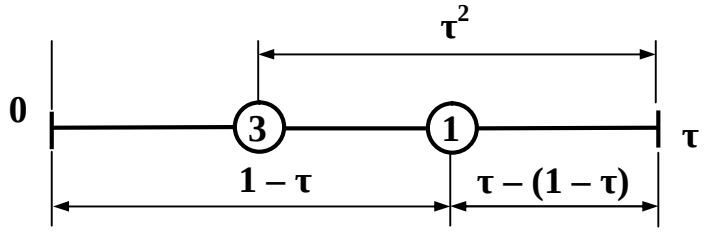


Рисунок 6 – Симетрія золотого перетину інтервалу

Отже, на першому кроці пошуку (рис.4) для точки 1 виконується співвідношення τ / 1 = (1 – τ) / τ. Звідси випливає: $1 - \tau = \tau^2$.

Розв’язуючи це квадратне рівняння, отримуємо

$$\tau = (-1 \pm \sqrt{5})/2,$$

отже, позитивне рішення τ = 0,61803... .

Перевіримо співвідношення отриманих відрізків (рис. 4) на наступному кроці пошуку, коли довжина інтервалу (1, 2) дорівнює τ – (1 – τ):

$$\frac{\tau - (1-\tau)}{1-\tau} = \frac{1-\tau}{\tau},$$

$$\tau^2 - \tau(1-\tau) = (1-\tau)^2.$$

Поділимо обидві частин рівняння на (1 – τ).

Після перетворень остаточно отримуємо раніше записану умову симетрії пошукового зразка $\tau^2 = 1 - \tau$.

Таким чином, при виборі τ відповідно до умови $1 - \tau = \tau^2$ симетрія пошукового зразка, що показаний на рис. 4, зберігається при переході до зменшеного інтервалу, зображеного на рис. 6.

Схема пошуку, за якою пробні точки ділять інтервал у цьому відношенні, відома за назвою пошуку за допомогою методу золотого перетину. Зауважимо, що після перших двох обчислень значень функції кожне наступне обчислення дозволяє вилучити підінтервал, величина якого складає (1 – τ)-у частку від довжини інтервалу пошуку.

Отже, якщо початковий інтервал має одиничну довжину, то величина інтервалу, який отриманий в результаті *n* обчислень значень функції, дорівнює τ^{n-1}. Можна показати, що пошук за допомогою методу золотого перетину є асимптотично найбільш ефективним способом реалізації мінімаксної стратегії пошуку.

У загальному випадку якщо праві і ліва граничні точки інтервалу невизначеності (позначимо їх через XR і XL) відомі, то координати всіх наступних пробних точок, отримуваних згідно з методом золотого перетину, можна розрахувати за формулою:

$$w = \mathrm{XR} - \tau^n \text{ або } w = \mathrm{XL} - \tau^n,$$

у залежності від того, який підінтервал був вилучений на попередній ітерації – лівий чи правий. У наведених вище формулах через τ^n позначена *n*-на ступінь τ, де *n* – кількість обчислень значень функції.

Пошук за допомогою методу золотого перетину може бути закінчений виходячи з заданої кількості обчислень значень функції (і, отже, величини інтервалу невизначеності), або по досягненні відносної точності шуканого значення функції. Найкращим є використання обох критеріїв одночасно.

2.2.4 Порівняння методів виключення інтервалів

Нижче проводиться порівняння відносних ефективностей розглянутих методів вилучення інтервалів. Позначимо довжину вихідного інтервалу невизначеності через *L*, а довжину інтервалу, отримуваного в результаті *n* обчислень значень функції, – через L_n. Як показник ефективності того чи іншого методу вилучення інтервалів уведемо в розгляд характеристику відносного зменшення початкового інтервалу $K_L(n) = L_n / L$.

Нагадаємо, що при використанні методу розподілу інтервалу навпіл і методу золотого перетину довжина отримуваного інтервалу складає $L(0{,}5)^{n/2}$ і $L(0{,}618)^{n-1}$, відповідно. Отже, відносне зменшення інтервалу після *n* обчислень значень функції дорівнює

$K_L(n) = 0{,}5^{n/2}$ – для методу розподілу інтервалу навпіл;

$K_L(n) = 0{,}618^{n-1}$ – для методу золотого перетину.

Для порівняння розглянемо також метод рівномірного пошуку (рис. 7), відповідно до якого оцінювання функції проводиться в *n* рівновіддалених одна від одної точках, при цьому інтервал *L* ділиться на (*n* + 1) рівних інтервалів до-

вжини $L/(n + 1)$. Нехай x^* – точка, у якій спостерігається мінімум функції $f(x)$. Тоді точка істинного мінімуму $f(x)$, виявляється, міститься в інтервалі

$$\{[x^* - L/(n + 1)], \quad [x^* + L/(n + 1)]\},$$

отже, $L_n = 2L/(n+1)$.

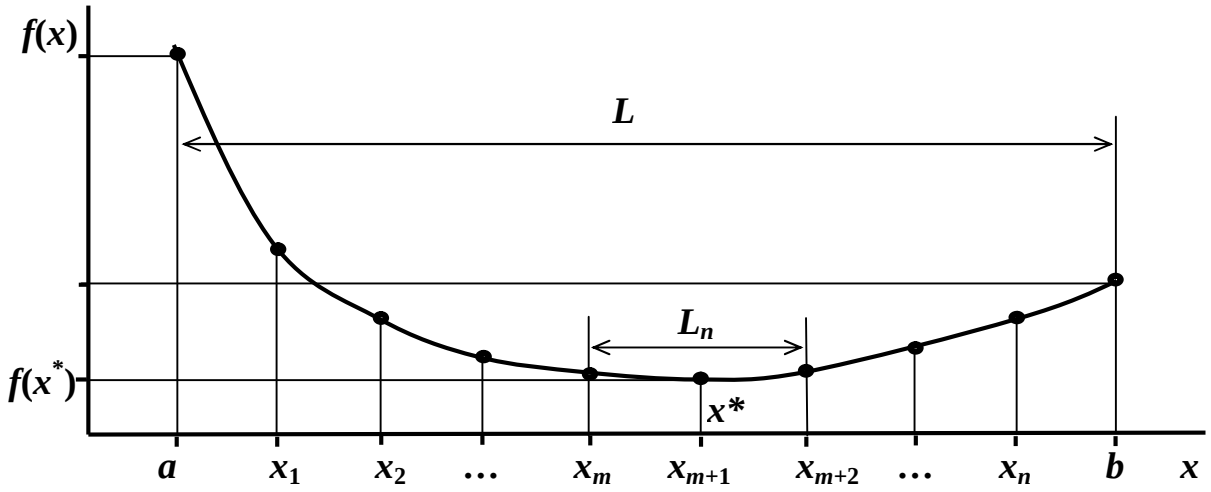


Рисунок 7 – Графічні ілюстрації до методу рівномірного пошуку

Відносне зменшення інтервалу для методу рівномірного пошуку

$$K_L(n) = 2/(n+1).$$

У табл. 2.1 подані значення $K_L(n)$, що відповідають обраним n, для трьох методів пошуку. З таблиці випливає, що пошук за допомогою методу золотого перетину забезпечує найбільше відносне зменшення вихідного інтервалу при однаковій кількості обчислень значень функції.

Таблиця 2.1 – Величини відносного зменшення інтервалу

Метод пошуку	Кількість обчислень значень функцій				
	$n = 2$	$n = 5$	$n = 10$	$n = 15$	$n = 20$
Метод розподілу інтервалу навпіл	0,5	0,177	0,031	0,006	0,0009
Метод золотого перетину	0,618	0,146	0,013	0,001	0,0001
Метод рівномірного пошуку	0,667	0,333	0,182	0,125	0,095

З іншого боку, можна також порівняти кількості обчислень значення функції, що необхідні для досягнення заданої величини відносного зменшення інтервалу або заданого ступеня точності. Якщо величина $K_L(n) = E$ задана, то значення n обчислюється за наступними формулами:

– для методу розподілу інтервалу навпіл

$$n = 2 \ln(E)/\ln(0{,}5);$$

– для методу золотого перетину

$$n = l + [\ln(E)/\ln(0{,}618)];$$

– для методу рівномірного пошуку

$$n = (2/E) – 1.$$

У табл. 2.2 подано дані про кількість обчислень значень функції, яка необхідна для визначення координати точки мінімуму з заданою точністю.

Таблиця 2.2 – Необхідна кількість обчислень значень функції

Метод пошуку	Задана точність			
	$E = 0{,}1$	$E = 0{,}05$	$E = 0{,}01$	$E = 0{,}001$
Метод розподілу інтервалу навпіл	7	9	14	20
Метод золотого перетину	5	8	11	16
Метод рівномірного пошуку	19	36	199	1999

Слід зазначити, що метод золотого перетину виявляється більш ефективним порівняно з іншими двома методами, оскільки він вимагає найменшого числа оцінювань значення функції для досягнення однієї і тієї самої заданої точності.

3 КЛЮЧОВІ ПИТАННЯ

3.1 Наведіть приклади функцій однієї перемінної.
3.2 Поясніть порядок визначення границь інтервалу невизначеності, що містить точку екстремуму.
3.3 У чому суть визначення границь інтервалу?
3.4 Поясніть мінімаксну стратегію пошуку.
3.5 Поясніть метод виключення інтервалів.
3.6 Поясніть метод розподілу інтервалу навпіл.
3.7 Як проводиться пошук інтервалу невизначеності за допомогою методу золотого перетину?
3.8 Порівняйте відносну ефективність методів пошуку інтервалу невизначеності.

4 ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

4.1 Вивчіть теоретичний матеріал розділу «Ключові положення».
4.2 Наведіть необхідні графічні ілюстрації і складіть алгоритм покрокового розв’язання задач за кожним методом.
4.3 Підготуйте відповіді на контрольні питання.

5 РОБОТА В АУДИТОРІЇ

5.1 Проробити приклади розв’язання задач.
5.2 Виконати завдання 1, 2 і 3 відповідно до заданого варіанта.

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ

Приклад 1. (Визначення границь інтервалу)

Розглянемо задачу мінімізації функції $f(x) = (100 - x)^2$ при заданій початковій точці $x_0 = 30$ і величині кроку $|\Delta| = 5$. Знак Δ визначається на основі порівняння значень

$f(x_0) = f(30) = 4900,$

$f(x_0 + |\Delta|) = f(35) = 4225,$

$f(x_0 - |\Delta|) = f(25) = 5625.$

Тому що

$f(x_0 - |\Delta|) \geq f(x_0) \geq f(x_0 + |\Delta|),$

то величина Δ повинна бути позитивною, а координата точки мінімуму x^* повинна бути більше 30.

Маємо $x_1 = x_0 + \Delta = 35$. Далі $x_2 = x_1 + \Delta = 45,$

$f(45) = 3025 < f(x_1),$

отже $x^* > 35.$

$x_3 = x_2 + 2^2\Delta = 65,\ f(65) = 1225 < f(x_2),$

отже $x^* > 45.$

$x_4 = x_3 + 2^3\Delta = 105,\ f(105) = 25 < f(x_3),$

отже $x^* > 65.$

$x_5 = x_4 + 2^4\Delta = 185,\ f(185) = 7225 > f(x_4),$

остаточно , $x^* < 185$. Таким чином, шість кроків обчислень x^* дозволили виявити інтервал $65 \leq x^* \leq 185$, у якому розміщено точку x^*.

Приклад 2. (Метод розподілу інтервалу навпіл)

Мінімізувати $f(x) = (100 - x)^2$ в інтервалі $60 \leq x \leq 150$. Тут $a = 60$, $b = 150$ і $L = 150 - 60 = 90.$

$x_m = (60 + 150)/2 = 105.$

Ітерація 1

$x_1 = a + (L/4) = 60 + (90/4) = 82,5,$

$x_2 = b - (L/4) = 150 - (90/4) = 127,5,$

$f(82,5) = 306,25 > f(105) = 25,$

$f(127,5) = 756,25 > f(105).$

Таким чином, вилучаються інтервали (60, 82,5) і (127,5, 150). Довжина інтервалу пошуку зменшується з 90 до 45.

Ітерація 2

$a = 82,5,\ b = 127,5,\ x_m = 105,$

$L = 127,5 - 82,5 = 45,$

$x_1 = 82,5 + (45/4) = 93,75,$

$x_2 = 127,5 - (45/4) = 116,25,$

$f(93,75) = 39,06 > f(105) = 25,$

$f(116,25) = 264,06 > f(105).$

Таким чином, інтервал невизначеності дорівнює (93,75, 116,25).

Ітерація 3

$A = 93{,}75$, $b = 116{,}25$, $x_m = 105$,

$L = 116{,}25 - 93{,}75 = 22{,}5$,

$x_1 = 99{,}375$, $x_2 = 110{,}625$,

$f(x_1) = 0{,}39 < f(105) = 25$.

Таким чином, вилучається інтервал (105, 116,25). Новий інтервал невизначеності дорівнює (93,75, 105), його середня точка є 99,375 (точка x_1 на ітерації 3). Відзначимо, що за три ітерації (шість обчислень значення функції) вихідний інтервал пошуку довжини 90 зменшився до величини $90 \times (1/2)^3 = 11{,}25$.

Приклад 3. (Метод золотого перетину)

Розглянемо задачу за прикладом 1, у якому потрібно мінімізувати $f(x) = (100 - x)^2$ в інтервалі $60 < x < 150$.

Для того щоб перейти до інтервалу одиничної довжини, проведемо заміну перемінної, поклавши $w = (x - 60)/90$. Таким чином, задача набуває такого виду:

мінімізувати $f(w) = (40 - 90w)^2$

при обмеженні $0 \le w \le 1$.

Ітерація 1. $I_1 = (0, 1)$; $L_1 = 1$. Проведемо два перших обчислення значень функції:

$w_1 = \tau = 0{,}618$, $f(w_1) = 244{,}0$,

$w_2 = 1 - \tau = \tau^2 = 0{,}382$, $f(w_2) = 31{,}6$.

Тому що $f(w_2) < f(w_1)$ і $w_2 < w_1$, інтервал $w \ge w_1$ вилучається.

Ітерація 2. $I_2 = (0, 0{,}618)$; $L_2 = 0{,}618 = \tau$. Наступне обчислення значення функції проводиться у точці

$w_3 = \tau - \tau^2 = \tau(1 - \tau) = \tau^3 = 0{,}236$, $f(w_3) = 352$.

Тому що $f(w_3) > f(w_2)$ і $w_3 < w_2$, інтервал $w \ge w_3$ вилучається.

Ітерація 3. $I_3 = (0{,}236, 0{,}618)$, $L_3 = 0{,}382 = \tau^{2\cdot}$ Наступне обчислення значення функції проводиться у точці, розміщеній на відстані $\tau \times$ (довжина отриманого інтервалу) від лівої граничної точки інтервалу, або на відстані $(1 - \tau) \times$ (довжина інтервалу) від правої граничної точки. Таким чином,

$w_4 = 0{,}618 - (1 - \tau) L_3 = 0{,}618 - \tau^2 L_3 = 0{,}618 - \tau^2(\tau^{2)} = 0{,}618 - \tau^4 = 0{,}472$,

$f(w_4) = 6{,}15$.

Тому що $f(w_4) > f(w_2)$ і $w_4 < w_2$, інтервал $w \le w_2$ вилучається.

У результаті отримано наступний інтервал невизначеності: $0{,}382 \le w \le 0{,}618$ для перемінної w, або $94{,}4 \le w \le 115{,}6$ для перемінної x.

Якщо в процесі пошуку проведено шість обчислень значень функції, то довжина результуючого інтервалу для перемінної w дорівнює

$\tau^{N-1} = \tau^5 = 0{,}09$,

що відповідає інтервалу довжини 8,1 для перемінної x. Для порівняння нагадаємо, що в аналогічній ситуації метод розподілу інтервалу навпіл призвів до отримання інтервалу довжини 11,25.

САМОСТІЙНА РОБОТА

Завдання 1. Визначення границь інтервалу

Визначити границі інтервалу функції $f(x) = (N0 - 2x)^2$ при заданій початковій точці $x_0 = \frac{N0}{M}$ і величині кроку $\Delta = \frac{N0}{3M}$.

N – остання цифра номера студентського квитка; якщо вона дорівнює нулю прийняти $N = 15$.

Якщо передостання цифра номера студентського квитка непарна, прийняти $M = 5$.

Якщо передостання цифра номера студентського квитка парна або нуль, прийняти $M = 4$.

У розрахунках округляти отримані результати до трьох значущих цифр.

Завдання 2. Визначення методом розподілу інтервалу навпіл мінімальних границь інтервалу, в якому знаходиться точка мінімуму функції *f* (*x*)

Зробити триразову процедуру зменшення інтервалу пошуку з метою отримання мінімальних границь інтервалу, в якому знаходиться точка мінімуму функції $f(x)$.

Задано функцію $f(x) = (N0 - 2x)^2$ в інтервалі $\frac{N0}{M} \le x \le K(N0)$.

N – остання цифра номера студентського квитка; якщо вона дорівнює нулю прийняти $N = 15$.

Якщо передостання цифра номера студентського квитка непарна, прийняти $K = 2$, а $M = 5$.

Якщо передостання цифра номера студентського квитка парна або нуль, прийняти $K = 3$, а $M = 4$.

Завдання 3. Визначення методом золотого перетину мінімальних границь інтервалу в якому знаходиться точка мінімуму функції *f* (*x*).

Задані ті самі умови і вихідні дані, що і в завданні 2.

6 ВИМОГИ ДО ЗВІТУ

Звіт повинен мати:

1 Тему і мету практичного заняття.

2 Графічні ілюстрації пошуку й алгоритм покрокового розв’язання задачі за кожним завданням.

3 Розрахунки за кожним кроком пошуку в кожному завданні.

4 Таблицю з отриманими даними інтервалів у процесі виконання кожного кроку пошуку за кожним завданням.

5 Висновки за отриманими результатами з порівняльною оцінкою ефективності методів пошуку.

7 СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1 *Захарченко Н.В., Нудельман П.Я.* Оптимизация и моделирование систем связи: Учебн. пособие / ОЭИС им. А.С. Попова. – Одесса, 1988. – Ч.1. – 86 с.

2 *Реклейтис Г., Рейвиндран А., Рэгсдел К.* Оптимизация в технике: В 2-кн. Кн. 1 – М.: Мир, 1986. – 352 с.

3 *Зангвилл У.И.* Нелинейное программирование. Единый подход. – М.:: Советское радио, 1973.

ДЛЯ НОТАТОК

Редактор *В.В. Терземан*

Комп’ютерне макетування *Ж.А. Гардиман*