Міністерство освіти і науки України
Державний університет інтелектуальних технологій і зв'язку

ФІЗИКА
Навчальний посібник
«ЕЛЕКТРИКА» ТА «ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ»
конспект лекцій
для самостійної роботи студентів

Одеса 2024

УДК 53.537

Рецензент: д.т.н., проф. І.П. Лісовий.

Ірха В.І., Марколенко П.Ю. Фізика: навчальний посібник з розділів «Електрика» та «Електромагнетизм» конспект лекцій для самостійної роботи студентів. – Одеса: ДУІТЗ, 2024. – 64 с.

На сьогодні вказані у посібнику розділи студентами технічних вузів вивчаються по основним підручникам, об’єми яких у них дуже великі (в порівнянні із кількістю годин по навчальній програмі). Це суттєво затрудняє роботу із книжками студентам у I семестрі, бо вини ще не мають навиків самостійного вивчення літератури. Внаслідок цього виникла необхідність написання посібника, в якому виділено ядро розділів «Електроніка та Електромагнетизм» із врахуванням специфіки вузу.

Посібник дає можливість вивчати матеріал як в присутності викладача так і самостійно. Після короткого викладання викладачем головних питань теми студент самостійно її опрацьовує та підготовлюється (готується) до відповіді на контрольні питання. При складанні конспекту було намічено виконати дві умови. По-перше, дати уявлення про основні закони фізики, що описуються у цих розділах, а по-друге, відібрати й докладніше зупинитись на темах, з якими студенти зустрічатимуться в подальшому навчанні на спеціальних кафедрах. Розглядаються фізичні закони електрики та електромагнетизму, які є фундаментальними для вивчення спеціальних дисциплін. Особливу увагу приділено поясненню змісту фізичних законів та їх використання для рішення практичних задач.

Призначений для студентів 1 курсу всіх спеціальностей.

Навчальний посібник розглянуто
і рекомендовано до друку
на засіданні кафедри ПФН.
Протокол № 6 від 18.12.2023 р.

ЗМІСТ

1. ЕЛЕКТРИКА 4
1.1. Електричні заряди та їхня взаємодія 4
1.2 Електричне поле 5
1.3 Електричне поле системи зарядів 6
1.4. Теорема Остроградського-Гаусса 7
1.5. Застосування теореми Остроградського-Гаусса для обчислення електричного поля 9
1.5.1. Рівномірно заряджена площина 9
1.5.2. Поверхня зарядженого провідника 9
1.5.3. Плоский конденсатор 10
1.5.4. Куля, рівномірно заряджена по об'єму 10
1.5.5. Сфера з рівномірно зарядженою поверхнею 11
1.5.6. Сферичний конденсатор 11
1.5.7. Рівномірно заряджений порожнистий циліндр 11
1.6. Різниця потенціалів 12
1.7. Обчислення потенціалу 14
1.7.1. Сферичний конденсатор 14
1.7.2. Плоский конденсатор 14
1.7.3. Циліндричний конденсатор 15
1.8. Зв'язок поміж потенціалом і напруженістю поля 16
1.9. Провідники в електричному полі 17
1.10. Електроємність 18
1.11. Діелектрики в електричному полі 21
1.12. Постійний електричний струм 24
1.13. Закон Ома та Джоуля-Ленца 25
1.14. Електрорушійна сила 27
2. ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ 31
2.1. Магнітне поле і магнітна індукція 31
2.2. Напруженість магнітного поля 32
2.3. Лінії індукції магнітного поля. Магнітна напруга 34
2.3.1. Тороїдна котушка і соленоїд 36
2.3.2. Прямий довгий провід 36
2.4. Магнітний момент струму. Контур зі струмом в магнітному полі 36
2.5. Робота в магнітному полі. Магнітний потік 37
2.6. Рух заряджених частинок в електричному і магнітному полях 38
2.6.1. Сила Лоренца 38
2.6.2. Ефект Холла 38
2.6.3. Рух заряджених частинок в електричному полі 39
2.6.4. Рух заряджених частинок в магнітному полі 40
2.7. Електромагнітна індукція. Закон Ленца 42
2.8. Самоіндукція. Індуктивність 43
2.9. Вмикання й вимикання *RL* та *RC* кіл 45
2.10. Енергія магнітного поля струму. Взаємна енергія двох струмів 47
2.11. Магнітне поле в речовині 49
2.12. Магнітні властивості речовини 53
2.13. Взаємні перетворення електричних та магнітних полів 56
2.14. Струм зміщення. Рівняння Максвелла 59
2.15. Рівняння Максвелла в інтегральній формі 61
СПИСОК ВИКОРИСТАННИХ ДЖЕРЕЛ 64

1. ЕЛЕКТРИКА

1.1. Електричні заряди та їхня взаємодія

Електричні заряди існують в природі у вигляді елементарно заряджених частинок. Всі речовини складаються з атомів, які містять позитивно заряджене ядро і негативно заряджені електрони. Мінімальний негативний заряд дорівнює заряду електрона е = $1{,}6{\cdot}10^{19}$ Кл. Атом в цілому не є заряджений, оскільки сумарний заряд електронів дорівнює позитивному зарядові ядра. Атом може віддавати електрони і ставати позитивно зарядженим іоном.

Таким чином, процес зарядження будь-якого тіла являє собою або перенесення на нього, або вихід з нього електронів чи іонів. Результуючий заряд тіла

$$q = e^{(N_n - N_0)},$$

де N_n – число елементарних позитивних, N_0 – негативних зарядів.

Закон збереження заряду: ***під час перерозподілу електричних зарядів в ізольованій системі взаємодіючих тіл алгебраїчна сума зарядів не змінюється***, тобто

$$\sum_{i=1}^{n} q_i = \text{const}.$$

Заряджені тіла взаємодіють одне з одним. Таким чином: однойменні заряди відштовхуються, а протилежно заряджені притягуються. Сила, з якою взаємодіють два точкових нерухомих заряди q_1 і q_2 у вакуумі, є прямо пропорційна величинам зарядів і обернено пропорційна квадрату відстані r поміж ними (дослідний закон Кулона):

$$F = k\left(q_1 q_2 / r^2\right), \tag{1.1}$$

де $k = 9{\cdot}10^9$ Н·м^2/Кл^2.

Слово “точковий” означає, що розміри тіла набагато менші за r. Сила взаємодії спрямована вздовж лінії, що з’єднує заряди.

У векторній формі закон Кулона подається як

$$\bar{F} = k\left(q_1 q_2 / r^3\right)\bar{r}, \tag{1.2}$$

де $\bar{r}$ – радіус-вектор, напрямлений від заряду 1 до заряду 2. Формула (1.2) записується часто у вигляді (система СІ)

$$F = k\left(q_1 q_2 / r^2\right)/(4\pi\varepsilon_0),$$

де $\varepsilon_0 = 8{,}85{\cdot}10^{-12}$ Ф/м – електрична стала. Якщо заряди розташовані в середовищі з відносною діелектричною проникністю ε, то

$$F = k\left(q_1 q_2 / r^2\right)/(4\pi\varepsilon\varepsilon_0). \tag{1.3}$$

Принцип суперпозиції кулонівських сил: ***сила, що діє на заряд, дорівнює векторній сумі сил дії інших зарядів на даний заряд***:

$$F = \sum_{i=1}^{N} F_i \,. \qquad (1.4)$$

1.2. Електричне поле

Для розуміння природи сил, що діють поміж електричними зарядами, треба припустити існування поміж ними деякої фізичної матерії, яка здійснює цю взаємодію. Електричне поле – це і є певний вид матерії, що здійснює електричні взаємодії. Воно оточує кожне заряджене тіло (з зарядом q) і простягається до нескінченності. Це простір, в кожній точці якого на внесений в нього пробний електричний заряд q_o, згідно із законом Кулона, діє сила F, яка пропорційна q і q_o. Відношення величини сили до q_o не залежить від пробного заряду і може характеризувати електричне поле у точці, де розташований пробний заряд. Тому кількісною характеристикою електричного поля є фізична величина $\overline{E} = \overline{F} / q_0$ – ***напруженість електричного поля***. Для точкового заряду q у вакуумі, згідно з (1.2),

$$\overline{E} = \overline{F} / q_0 = k(q / r^3)\overline{r} \,. \qquad (1.5)$$

Цей вираз для заряду в будь-якому ізотропному середовищі у скалярній формі має вигляд

$$E = (1/4\pi\varepsilon_0)(q/\varepsilon r^2). \qquad (1.6)$$

Оскільки $\overline{E}$ є вектор, він однозначно визначає напрям і величину сили, що діє на позитивний заряд, розташований у розглядуваній точці поля, тобто, згідно з (1.5), $\overline{F} = q_0\overline{E}$. Сам пробний заряд при цьому не буде змінювати поле, якщо виконується співвідношення $q_0 << q$.

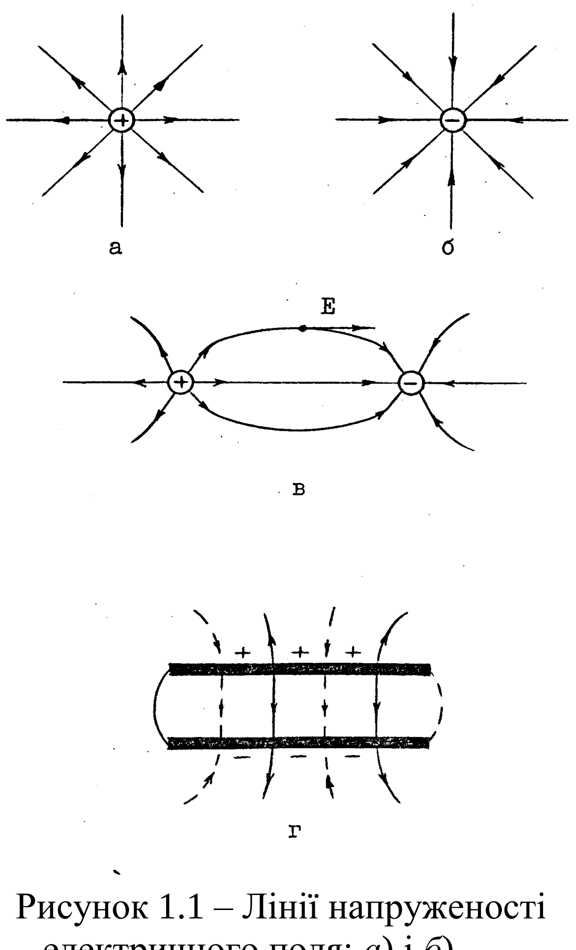


Рисунок 1.1 – Лінії напруженості електричного поля: *а*) і *б*) – позитивного та негативного зарядів, *в*) – диполя, *г*) – плоского конденсатора

Вектор $\overline{E}$ в кожній точці поля можна визначити, використовуючи лінії напруженості електричного поля. Ними називають лінії, дотичні до яких у кожній точці поля напрямлені так само, як і вектор $\overline{E}$. Густота ліній, які проходять через одиницю поверхні, перпендикулярної до них, пропорційна модулю $\overline{E}$. Лінії $\overline{E}$

починаються і закінчуються на електричних зарядах або йдуть в нескінченність і ніде не перехрещуються (рис. 1.1).

Для характеристики електричного поля використовують також величину, називану ***електричним зміщенням*** (або вектором електричної індукції), яка визначається у вакуумі як $\overline{D} = \varepsilon_0 \overline{E}$, а в будь-якому середовищі – як

$$\overline{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \overline{E}. \qquad (1.7)$$

Оскільки $\overline{D}$ відрізняється від $\overline{E}$ лише сталим множником $\varepsilon\varepsilon_0$, то для зображення розподілу електричного зміщення в просторі також користуються лініями електричного зміщення, аналогічними лініям напруженості електричного поля. Обидві характеристики є еквівалентні, бо, якщо відомо $\overline{D}$, неважко з (1.7) визначити $\overline{E}$. Для точкового заряду з (1.6) і (1.7)

$$D = (q / 4\pi r^2). \qquad (1.8)$$

Як видно з (1.8), вираз для D записується простіше, ніж для E.

Електричне поле називається ***однорідним***, якщо $\overline{E}$ (або $\overline{D}$) однакова в кожній точці поля, що відповідає однаковій густоті силових ліній. Прикладом цього є електричне поле в середній частині плоского конденстора (рис. 1.1, г).

1.3. Електричне поле системи зарядів

Якщо електричне поле утворено декількома зарядами, то напруженість результуючого поля дорівнює векторній сумі напруженостей полів, що утворюються кожним зарядом у даній точці простору:

$$\overline{E} = \sum_{i=1}^{N} \overline{E}_i . \qquad (1.9)$$

Аналогічний вираз можна записати також для D.

Розглянемо, наприклад, систему з двох різнойменних електричних зарядів q, розташованих на відстані один від одного (рис. 1.2), які називаються ***електричним диполем***. Значення D у точці а визначимо відповідно з (1.8):

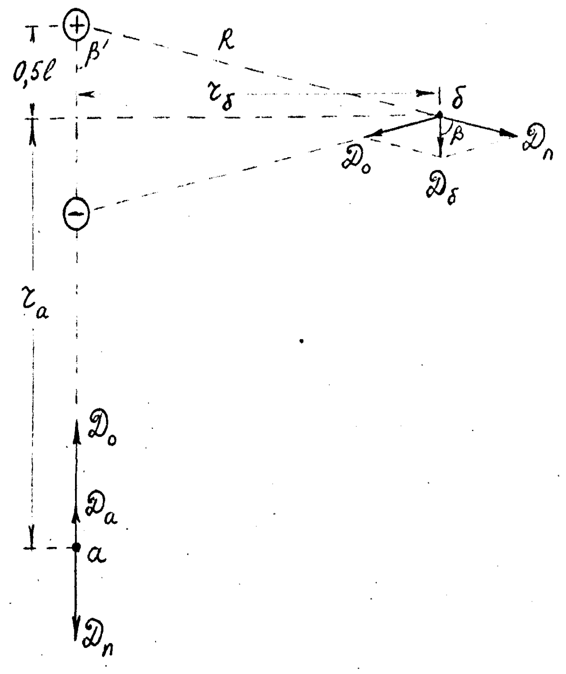


Рисунок 1.2 – Визначення електричного поля диполя

$$D_a = D_O - D_н = \frac{q}{4\pi(r_a - 0{,}51)^2} - \frac{q}{4\pi(r_a + 0{,}51)^2} = \frac{q}{2\pi} \cdot \frac{r_a l}{\left(r_a^2 - 0{,}25^2\right)^2},$$

де величина $D_н$ утворюється негативним зарядом, величина $D_н$ – позитивним.

На достатній відстані від диполя $l << r$ і

$$D_a = \frac{ql}{2\pi r_a^3}. \qquad (1.10)$$

У точці "б" з подібності трикутників з кутом β визначаємо

$$D_б / D_n = 1/R,$$

де $R^2 = r_б^2 + 0{,}25 l^2$. Відповідно

$$D_б = D_n l/R = \frac{ql}{4\pi R^3} \approx \frac{ql}{4\pi r_б^3}. \qquad (1.11)$$

Згідно з (1.7), $E = D/\varepsilon\varepsilon_0$, звідки неважко визначити E_a і $E_б$. Величина $\bar{p} = q\bar{l}$ називається ***електричним моментом диполя***, причому за напрямок l (а значить і p) прийнято напрямок від негативного до позитивного заряду (див. рис. 1.2).

Вираз (3.11) можна легко дістати і математичним шляхом, якщо використати формулу для визначення модуля суми двох векторів

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\alpha, \qquad (1.12)$$

де α – кут поміж векторами, тобто у даному випадку $\alpha = 2\beta$.

Слід відзначити, що електричне поле точкового заряду зменшується з відстанню від нього за законом $E \sim l/r^2$, а диполя – за законом $E \sim l/r^3$, тобто швидше. Звідси можна зробити висновок, що чим з більшої кількості зарядів складається система (в цілому нейтральна), тим сильніше зменшується значення E з віддаленням від неї.

1.4. Теорема Остроградського-Гаусса

Розглянемо плоску поверхню, яку вміщено в однорідному електричному полі (рис. 1.3), де n – нормаль до поверхні, а D – вектор електричного зміщення. Скалярний добуток

$$N = \overline{D}\overline{S} = SD\cos\alpha = SD_n \qquad (1.13)$$

називається ***потоком вектора електричного зміщення*** через цю поверхню. Потік дорівнює повному числу ліній електричного зміщення, які проходять через поверхню D_n – проекція вектора D на нормаль. Аналогічним чином визначається і потік вектора напруженості електричного поля

$$\Phi = \overline{E}\overline{S} = SE\cos\alpha = SE_n. \qquad (1.14)$$

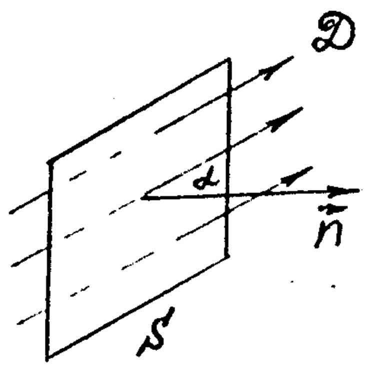


Рисунок 1.3 – Потік електричного зміщення через поверхню

У загальному випадку поле може бути неоднорідним, а поверхня – неплоскою. Тоді її можна розбити на нескінченно малі елементи dS, кожен з яких є плоским. Потік зміщення через елемент поверхні є $dN = D_n dS$, а повний потік:

$$N = \int_S D_n dS. \tag{1.15}$$

В залежності від того, з якого боку поверхні входять лінії, потік може бути як позитивним $(\alpha < \pi/2)$, так і негативним $\alpha > \pi/2$.

Визначимо потік вектора електричного зміщення крізь замкнену сферичну поверхню S, яка оточує точковий позитивний заряд q (рис. 1.4).
Оскільки для сфери $S = 4\pi r^2$, то, підставивши в (1.13) значення $D = D_n$ (1.8), матимемо

$$N = \frac{q}{4\pi r^2} \cdot 4\pi r^2 = q, \tag{1.16}$$

тобто потік не залежить від радіуса сфери, а визначається лише величиною заряду всередині сфери. Це відповідає тому, що число силових ліній, які проходять крізь сферу, однакове як для сфери S, так і для будь-якої сфери S_1 (див. рис. 1.4). Більш того, воно таке саме і для поверхні S_2 будь-якої форми, яка охоплює заряд. Якщо ж поверхня S_3 не охоплює заряд, то число ліній зміщення, що входять в неї, дорівнює числу ліній зміщення, що виходять, і $N = 0$. Число ліній зміщення, які виходять крізь замкнену поверхню S, не зміниться при будь-якому розміщенні заряду q всередині її, в тому числі й при розділенні його на декілька зарядів. Тому в (1.16) під q розумітимемо алгебраїчну суму всіх зарядів всередині поверхні. З (1.15) та (1.16) дістаємо формулу

$$N = \oint_S D_n dS = q, \tag{1.17}$$

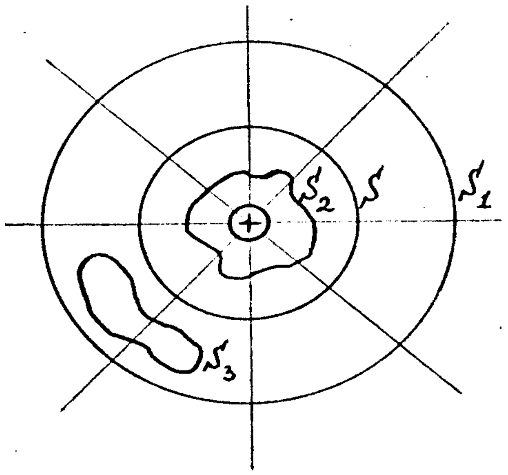


Рисунок 1.4 – До виведення теореми Остроградського-Гаусса

яка відображає теорему Остроградського-Гаусса: ***потік вектора електричного зміщення крізь замкнену поверхню дорівнює алгебраїчній сумі всіх зарядів, розташованих всередині поверхні.***

Очевидно, формулювання теореми для потоку вектора напруженості (1.14) електричного поля відрізняється лише множником $1/\varepsilon\varepsilon_0$ в правій частині (однорідне середовище):

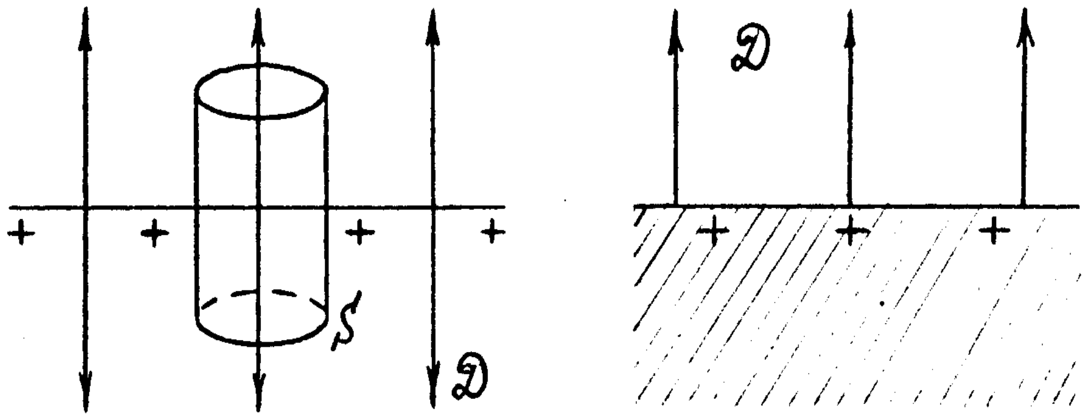
$$\Phi = \oint_S D_n dS = q/\varepsilon\varepsilon_0. \tag{1.18}$$

Незалежність N від r випливає в (1.16) із залежності $D \sim 1/r^2$, тому якщо показник степеня r відрізняється від 2, то для таких випадків формула (1.16) незастосовна. З формули (1.16) випливає, що розмірність N така сама, як і q, тобто кулон. Відповідно (1.13), електричне зміщення можна визначити як потік зміщення через одиницю поверхні (Кл / м^2).

1.5. Застосування теореми Остроградського-Гаусса для обчислення електричного поля

1.5.1. Рівномірно заряджена площина

За замкнену поверхню оберемо циліндр (рис. 1.5, а), основи якого S є перпендикулярні до силових ліній електричного поля. Потік електричного зміщення виходить з циліндра перпендикулярно через дві його основи, тому $N = 2DS$.



а) б)

Рисунок 1.5 – Електричне поле рівномірно зарядженої площини *а*) і поверхні зарядженого провідника *б*)

Площину зручно характеризувати поверхневою густиною заряду $\sigma = q/S$, де S – площа поверхні. Повний заряд всередині циліндра $q = \sigma S$, отже, з (1.17)

$$N = 2DS = \sigma S,$$

звідки

$$D = \sigma/2. \tag{1.19}$$

1.5.2. Поверхня зарядженого провідника

У рівноважному стані електричне поле всередині провідника дорівнює нулю, бо, якби воно відрізнялось від нуля, це призвело б до руху зарядів, тобто порушення рівноваги. Оскільки лінії електричного зміщення виходять лише в один бік від поверхні, то в даному разі їхнє число є в два рази більше (рис. 1.5,б), ніж у площині (див. рис.1.5,а). Відповідно і D для поверхні зарядженого провідника в два рази більше, ніж для зарядженої площини. Отже,

$$D = \sigma. \tag{1.20}$$

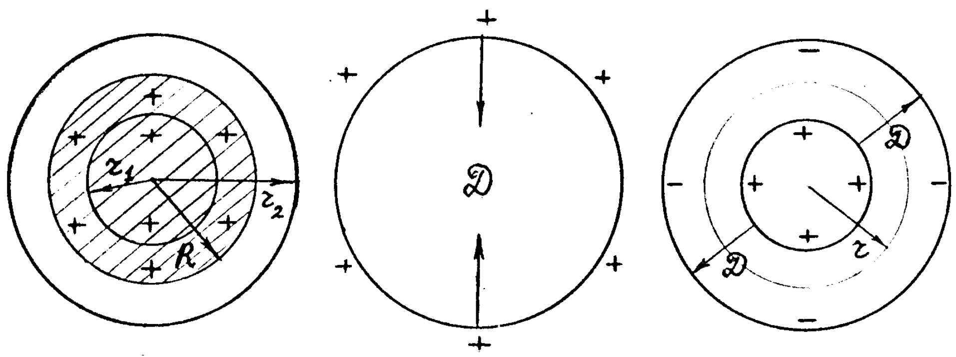
Таким чином, величина *D* дорівнює поверхневій густині заряду, тобто заряду, який змістився всередині провідника до поверхні. Звідси й походить термін – ***електричне зміщення***.

1.5.3. Плоский конденсатор

Лінії напруженості електричного поля, що йдуть від позитивно зарядженої пластини конденсатора (див. суцільні лінії на рис. 1.1,г), і лінії, які йдуть до негативно зарядженої пластини (штрихові), поза конденсатором напрямлені назустріч одна одній, тому зверху $D=0$. Всередині конденсатора лінії напрямлені в один бік і результуюче *D* дорівнює сумі *D* полів обох пластин. Вважаючи, що *D* кожної пластини таке саме, як і для зарядженої площини, маємо формулу (3.20).

1.5.4. Куля, рівномірно заряджена по об'єму

Зауважимо, що такою кулею може бути лише діелектрична куля, оскільки в металевих, внаслідок закону Кулона, заряди вийдуть на поверхню. Оберемо всередині рівномірно зарядженої кулі радіусом *R* (рис. 1.6,а) замкнену поверхню у вигляді сфери радіусом r_1.



а) *б*) *в*)

Рисунок 1.6 – Електричне поле зарядженої по об'єму діелектричної кулі *а*), зарядженої по поверхні металевої сфери *б*) та сферичного конденсатора *в*)

Будь-який рівномірно заряджений об'єм *V* зручно характеризувати об'ємною густиною заряду $\rho = q/V$. Площа сфери $S = 4\pi r_1^2$, заряд всередині сфери об'ємом $V = 4/3\pi r_1^3$ визначимо як $q = \rho V = \rho\, 4/3\,\pi r_1^3$. Через те що лінії електричного зміщення перпендикулярні до поверхні $N = DS = q$ або $D4\pi r_1^2 = 4/3\rho\pi r_1^3$, то

$$D = \frac{1}{3}\rho r_1, \qquad (1.21)$$

тобто електричне поле всередині кулі зростає лінійно зі збільшенням відстані від центра кулі до її поверхні.

Для визначення D зовні кулі оберемо замкнену поверхню у вигляді сфери радіусом r_2 площею $S = 4\pi r_2^2$, заряд всередині сфери $q = \rho V = \rho\, 4/3\, \pi R^3$, тоді $D 4\pi r_1^2 = 4/3 \rho\pi R^3$, звідки

$$D = \frac{\rho R^3}{3 r_2^2}, \qquad (1.22)$$

тобто електричне поле поза кулею зменшується зі зростанням відстані r_2 від центра кулі. Якщо заряд кулі не виражати через ρ і R, а просто залишити як q, то $D 4\pi r_2^2 = q$ і

$$D = \frac{q}{4\pi r_2^2}, \qquad (1.23)$$

тобто D таке саме, що і для точкового заряду (1.8).

1.5.5. Сфера з рівномірно зарядженою поверхнею

Всередині сфери (рис. 1.6,б) зарядів немає і лінії D, які виходять з протилежних боків, напрямлені назустріч одна одній, тому $D = 0$.

Поза сферою, очевидно, D те саме, що і для кулі (1.23).

1.5.6. Сферичний конденсатор

Якщо на внутрішній сфері (рис. 1.6,в) маємо заряд “+q”, то на зовнішній сфері виникає індукований заряд “–q”. Візьмемо за поверхню будь-яку сферу поміж обкладками конденсатора. На основі теореми Остроградського-Гаусса, запишемо $N = D 4\pi r^2 = q$, отже, $D = q/4\pi r^2$ знову-таки визначається за тією самою формулою, що і для точкового заряду (1.23). Цікаво відзначити, що D не залежить від радіуса зовнішньої сфери, а при більших відстанях поміж електродами D не залежить і від форми зовнішнього електрода, роль якого можуть виконувати різні заземлені оточуючі предмети.

Таким чином, електричне поле зовні будь-якої сферичної поверхні визначається так само, як і для точкового заряду, який зосереджено в центрі сфери (1.23), (1.8).

1.5.7. Рівномірно заряджений порожнистий циліндр

Якщо циліндр порожнистий (рис. 1.7,а), то з тих самих міркувань, що і для сфери (див. рис. 1.6,б), всередині циліндра $D = 0$.

а) *б*)

Рисунок 1.7 – До визначення електричного поля циліндра *а*) і циліндричного конденсатора *б*)

Для визначення *D* поза циліндром (при $l >> R$) за замкнену поверхню зручно взяти аналогічну циліндричну поверхню з великим радіусом *r*. Оскільки лінії зміщення виходять радіально через бокові основи, то потік через основу циліндра дорівнює нулю і $N = DS = D2\pi rl$.

Заряджений циліндр характеризується лінійною густиною заряду $\gamma = q/l$, тоді

$$D = \gamma/2\pi r. \tag{1.24}$$

Поміж циліндром і циліндричним конденсатором (рис. 1.7,б) існує така сама аналогія, що і поміж сферою і сферичним конденсатором. Тому формула (1.24) вірна для визначення *D* поміж електродами циліндричного конденсатора.

Якщо заряди розподілені рівномірно по об'єму циліндра з густиною $\rho = q/V$, то для середньої частини циліндра об'ємом $V = l\pi r^2$ можна записати

$$N = DS = D2\pi rl = \rho V = \rho\pi r^2 l,$$

звідки (для $r < R$) маємо формулу

$$D = 0{,}5\rho r, \tag{1.25}$$

подібну до формули для обчислення *D* всередині кулі (1.21). Зовні *D* визначається так само, як і для порожнистого циліндра (1.24).

1.6. Різниця потенціалів

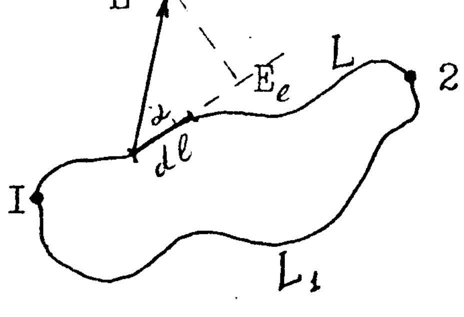


Рисунок 1.8 – Переміщення Заряду в електричному полі

При переміщенні заряду *q* в електричному полі здійснюється робота *А*. Якщо поле є однорідне і траєкторія 1 прямолінійна, то $A = Fl = qlE$.

У загальному випадку, коли *E* змінюється від однієї точки до іншої, на малій ділянці *dl* здійснюється робота (рис. 1.8)

$$dA = Fdl\cos\alpha = qEdl\cos\alpha = qE_1 dl,$$

де E_1 – проекція вектора $\overline{E}$ на напрямок dl.

Робота щодо переміщення заряду q з точки 1 в точку 2 визначається як

$$A_{12} = \int_1^2 qE_1 dl = q\int_1^2 E_1 dl. \qquad (1.26)$$

Очевидно, при зворотному переміщенні заряду тією самою траєкторією $A_{21} = -A_{12}$. Якщо заряд перемістити спочатку з точки 1 в точку 2, а потім назад, то результуюча робота

$$A = A_{12} + A_{21} = 0 \qquad (1.27)$$

і не залежить від траєкторії. Це видно із загального закону збереження енергії, оскільки після повернення заряду в точку 1 в системі немає ніяких змін, тобто не змінилося ні положення зарядів, які утворюють поле, ні положення рухомого заряду q, отже, не має бути ані виграшу роботи, ані її втрат. Тому робота щодо переміщення заряду в електричному полі не залежить від форми шляху, а залежить від положення початкової і кінцевої точок.

Робота щодо переміщення заряду залежить від його величини (1.26). Відношення A/q залежить лише від електричного поля і може слугувати його характеристикою, яку називають ***різницею потенціалів***. Різниця потенціалів точок 1 і 2 (або електрична напруга поміж точками електростатичного поля) є робота щодо переміщення одиничного позитивного заряду з першої точки в другу:

$$U_{12} = A/q = \int_1^2 E_1 dl. \qquad (1.28)$$

Якщо за точку 2 взяти точку, в якій $E = 0$, наприклад нескінченно віддалену точку, то точку 1 можна схарактеризувати її потенціалом

$$U_1 = A_{1x}/q = \int_1^x E_1 dl. \qquad (1.29)$$

Потенціал точки електричного поля є робота щодо переміщення одиничного позитивного заряду з даної точки в точку, де $E = 0$, тобто фізично під потенціалом також розуміють різницю потенціалів двох точок, в одній з яких $E = 0$.

При переміщенні заряду по замкнутому контуру (з точки 1 в точку 2 по кривій L, а назад по кривій L_1 (див. рис. 1.8)), з (1.26)…(1.28) випливає

$$U_{12} + U_{21} = U_{12} - U_{12} = 0 \qquad (1.30)$$

або

$$\int_1^2 E_1 dl + \int_2^1 E_1 dl = \oint E_1 dl. \qquad (1.31)$$

Співвідношення (1.30) та (1.31) означають, що напруга уздовж замкненого контура завжди дорівнює нулю.

Опис електричного поля за допомогою потенціалу простіший, чим за допомогою напруженості поля, оскільки для визначення вектора $\overline{E}$ треба знати його модуль і напрямок, а потенціал є скаляр і визначається лише чисельним значенням. Крім того, різницю потенціалів значно простіше виміряти експериментально. Потенціали (напруги) вимірюються у вольтах ($1\text{В} = 1\text{Дж}/1\text{Кл}$).

1.7. Обчислення потенціалу

Найпростіше обчислити потенціал, якщо напрямок електричного поля збігається з напрямком переміщення, тоді в (1.28) і (1.25) $E_1 = E$. Наприклад, потенціал точки, яка віддалена на відстань *r* від точкового заряду (відносно нескінченності), визначається з використанням (3.7) і (3.8) як

$$U = \int_r^{\infty} E dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\int_r^{\infty}\frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r}. \tag{1.32}$$

Аналогічно можна знайти розподіл потенціалу в інших системах, якщо є відомий розподіл напруженості електричного поля.

1.7.1. Сферичний конденсатор

Позначимо радіус внутрішньої сфери *a*, а зовнішньої – *b* (див. рис. 1.6,в). Оскільки *E* в цьому випадку визначається так само, як і для точкового заряду, то потенціал точки *r* (поміж сферами) відносно внутрішньої сфери

$$U = \int_a^{r} E dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\int_a^{r}\frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{r}\right). \tag{1.33}$$

Різниця потенціалів поміж внутрішніми і зовнішніми сферами

$$U_0 = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right). \tag{1.34}$$

Користуючись (1.34), формулу (1.33) можна записати таким чином:

$$U = U_0 = \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{r}\right)\Big/\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right). \tag{1.35}$$

1.7.2. Плоский конденсатор

Різниця потенціалів поміж позитивною пластиною плоского конденсатора (див. рис. 1.1,г) і розташованого на відстані *x* від неї точкою запишемо як

$$U = \int_0^{x} E dx = \frac{\delta}{\varepsilon\varepsilon_0} x. \tag{1.36}$$

Якщо відстань поміж пластинами *d*, то напруга поміж ними

$$U_0 = \frac{\delta}{\varepsilon\varepsilon} d. \tag{1.37}$$

Тоді

$$U = U_0\frac{x}{d}. \tag{1.38}$$

Треба відзначити, що паралельність *E* та *x* на краях пластин порушується, тому залежність *V(x)* в цих місцях відхиляється від лінійної.

1.7.3. Циліндричний конденсатор

Позначимо за аналогією зі сферичним конденсатором (див. рис. 1.6,в) радіус внутрішнього циліндра *a*, а зовнішнього – *b* (рис. 1.7,б). Визначимо різницю потенціалів поміж внутрішнім циліндром і точкою, яка розміщена поміж циліндрами у вигляді

$$U = \int_a^r E dr = \frac{\gamma}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}\int_a^r \frac{dr}{r} = \frac{\gamma}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}\ln\frac{r}{a},$$

де *E* виражена формулами (1.7) і (1.24). Напруга поміж циліндрами

$$U_0 = \frac{\gamma}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}\ln\frac{b}{a}.$$

Відповідно

$$U = U_0 = \frac{\ln(r/a)}{\ln(b/a)}. \qquad (1.39)$$

Якщо заміряти U_0 на пластинах конденсатора, можна за формулами (1.35) та (1.38) обчислити потенціал будь-якої точки поміж ними. Коли електричне поле утворюється декількома точковими зарядами, то, використовуючи (1.9), потенціал будь-якої точки цього поля відносно нескінченності визначимо у вигляді

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i}, \qquad (1.40)$$

де q_i – величина *i*-го заряду, r_i – відстань від цього заряду до точки.

При використанні, наприклад, формули (1.40) для визначення потенціалу точки в електричному полі диполя (рис. 1.9) маємо

$$U = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2}. \qquad (1.41)$$

Якщо $l << r_1$ і r_2, то $r_1 - r_2 \approx l\cos\alpha$, $r_1 r_2 \approx r^2$, $p = ql$,

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{p\cos\alpha}{r^2}. \qquad (1.42)$$

Застосовуючи рис. 1.9, можна визначити потенціал поля протяжних заряджених тіл. Для цього розбиваємо тіло на нескінченно малі елементи об'ємом dV, котрі розглядаємо як точковий заряд. Потенціал, що утворюється цим елементом у точці, яка розташована від нього на відстані r, визначимо

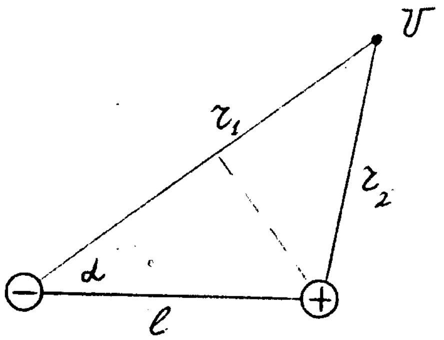


Рисунок 1.9 – До визначення потенціалу поля диполя

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{\rho dV}{r}.$$

Потенціал, що утворюється всім тілом,

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} = \int_V \frac{\rho dV}{r}. \qquad (1.43)$$

При розміщенні зарядів лише на поверхні тіла

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} = \int_S \frac{\delta dS}{r}. \qquad (1.44)$$

1.8. Зв'язок поміж потенціалом і напруженістю поля

Роботу ΔA по переміщенню заряду в електричному полі уздовж малого відрізка Δl можна з одного боку (див. п. 1.6) записати як $\Delta A = qE_l\Delta l$, а з другого – як $\Delta A = q\Delta U_{12}$ (1.28), де ΔU_{12} – різниця потенціалів точок початку і кінця відрізка переміщення. Звідси $qE_l\Delta l = q\Delta U_{12}$, або $E_l=\Delta U_{12}/\Delta l$.

На нескінченно малому відрізку

$$E_l = -\lim_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta U_{21}}{\Delta l} = -\frac{dU}{dl}. \qquad (1.45)$$

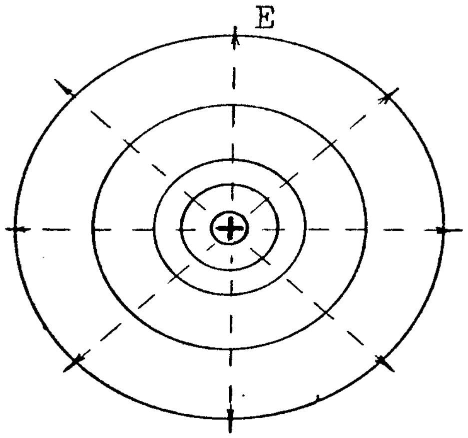


Рисунок 1.10 – Еквіпотенціальні лінії (суцільні) і лінії напруженості

Похідна dU/dl показує швидкість зростання потенціалу в напрямі переміщення. Тому напруженість поля напрямлена у бік зменшення потенціалу (знак "мінус" в (1.45)). Електричне поле можна зображати графічно не лише у вигляді ліній напруженості електричного поля (див. рис. 1.1), але й у вигляді еквіпотенціальних поверхонь, всі точки кожної з яких мають однаковий потенціал. Перетинаючись з площиною креслення, еквіпотенціальні поверхні дають еквіпотенціальні лінії (рис. 1.10). Через те, що різниця потенціалів будь-яких точок еквіпотенціальної поверхні дорівнює нулю, робота щодо переміщення заряду уздовж такої поверхні теж дорівнює нулю. Це означає, що сила, яка діє на заряд $\overline{F} = q\overline{E}$, є перпендикулярна до поверхні, отже $\overline{E}$ напрямлено по нормалі еквіпотенціальної поверхні. Там, де щільність ліній напруженості більша (вища за $\overline{E}$), сильніше змінюється і значення потенціалу (1.45), тобто еквіпотенціальні лінії розташовуються ближче одна до одної. Знаючи залежність потенціалу від координат, можна за формулою (1.45) обчислити E, диференціюючи U за координатами. У простому випадку однорідного поля (наприклад в конденсаторі) з формули (1.38) маємо

$$E = -\frac{\Delta U}{\Delta x} = \frac{U_0}{d}. \tag{1.46}$$

Система взаємодіючих зарядів характеризується її потенціальною енергією A_n, яка є максимальною роботою, що її можуть здійснити діючі в системі сили. Якщо в точку поля, утворюваного точковим зарядом q_1, помістити другий однойменний заряд q_2,то, згідно з (1.29),

$$A_n = A_{1\infty} = U_1 q_2, \tag{1.47}$$

тобто в даному випадку A_n є робота, яку можуть здійснити сили відштовхування, віддаляючи взаємодіючі заряди на нескінченну відстань один від одного.

Використовуючи формулу (1.32), маємо

$$A_n = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r}, \tag{1.48}$$

де r – відстань поміж зарядами.

1.9. Провідники в електричному полі

За відсутності зовнішнього електричного поля електричні заряди в однорідному провідникові перебувають у рівновазі й рівномірно розподілені по об'єму. Це означає, що всередині провідника в будь-якій точці $E = 0$, бо в супротивному випадку під дією електричного поля заряди почнуть рухатись і рівновага порушиться. Якщо провідник помістити в електричне поле E_0, то під дією електричних сил відбудеться перерозподіл зарядів і всередині провідника виникає електричне поле E', напрямлене протилежно до зовнішнього (рис. 1.11,а). Розподіл позитивних і негативних зарядів відбувається до тих пір, доки сумарне електричне поле $E = E_0 + E'$ не стане дорівнювати нулю. Згідно з (1.45), рівняння $E = 0$ означає, що потенціал всередині об'єму або скрізь дорівнює нулю, або скрізь є однаковий, тобто провідник є еквіпотенціальним тілом. Еквіпотенціальність у стані рівноваги існує незалежно від того, чи є провідник електронейтральний в цілому, чи в ньому є надлишковий заряд будь-якого знаку.

Заряди, що розділились, зосереджуються на поверхні і складають зовні провідника власне електричне поле, яке спотворює зовнішнє. Силові лінії сумарного електричного поля завжди є перпендикулярні до поверхні провідника, бо лише в цьому випадку не буде переміщення зарядів уздовж поверхні.

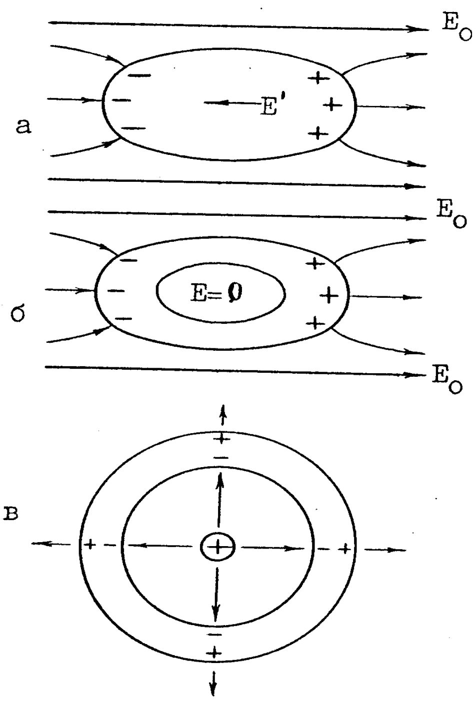


Рисунок 1.11 – Провідник в електричному полі

Оскільки всередині провідника $E = 0$, то віддалення внутрішньої частини не змінює ані розподілу зарядів на поверхні, ані розподілу електричного поля (рис. 1.11,б). Порожнистий металевий провідник можна використовувати для електростатичного захисту, через те що він екранує електричне поле зовнішніх зарядів. Оскільки заряди в провідникові зосереджені на поверхні, то з теореми Остроградського-Гаусса випливає, що всередині об’єму $E = 0$. Якщо ж заряд розташовано всередині об’єму порожнистого провідника (рис. 1.11,в), то екранування не відбувається.

Напруженість електричного поля є пропорційна поверхневій густині заряду σ. Вона особливо велика біля різних загострених виступів, причому E тим більше, чим менший радіус заокруглення. Якщо на металеве вістря перенести достатньо великий заряд, то високе електричне поле поблизу вістря іонізує навколишнє повітря. Іони одного знаку рухаються до вістря, а протилежного – від нього, захоплюючи за собою і нейтральні молекули повітря. Такий напрямлений рух повітря від вістря носить назву “***електричне повітря***”. Його можна знайти по відхиленню полум’я запаленої свічки від вістря.

1.10. Електроємність

Якщо віддаленому достатньо далеко від інших тіл провідникові надавати послідовно заряди $q1$, $q2$, $q3$,…, то після їх розподілу за об’ємом провідник набуває потенціали $U1$, $U2$, $U3$,…Відношення q_1/U_1, q_2/U_2, q_3/U_3 для цього провідника є величиною сталою і називається ***електроємністю***

$$C = q/U . \qquad (1.49)$$

Вона вимірюється в фарадах: 1 Ф = 1 Кл /1 В. Електроємність залежить від форми, розмірів провідника і від форми, розмірів і взаєморозташування тіл, що знаходяться поблизу.

Електроємність будь-якого провідника легко визначити, якщо є відома залежність *U(q),* наприклад, з (1.32) електроємність кулі

$$C = 4\pi r\varepsilon\varepsilon_0. \tag{1.50}$$

Поняття електроємності стосується лише провідників, бо вони в стані рівноваги є еквіпотенціальними тілами. В діелектриках заряд не розтікається по об'єму, тому вони не є еквіпотенціальними.

Електроємністю можна схарактеризувати і систему провідників, найпростішим з яких є конденсатор – два близько розміщених провідники, яким надаються заряди протилежного знаку. Електроємність конденсатора визначається за тією самою формулою (1.49), де U – напруга поміж обкладками. Залежності $U(q)$ для конденсаторів простої форми дістане в п. 1.7. З них легко визначити величину C. Так, для сферичного конденсатора (1.34)

$$C = \frac{4\pi r\varepsilon\varepsilon_0}{(1/a - 1/b)}; \tag{1.51}$$

для плоского конденсатора (1.37), з урахуванням $\sigma = q/S$,

$$C = \varepsilon\varepsilon_0 S/d; \tag{1.52}$$

для циліндричного конденсатора (1.39), з урахуванням $\gamma = q/l$,

$$C = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l}{\ln(b/a)}. \tag{1.53}$$

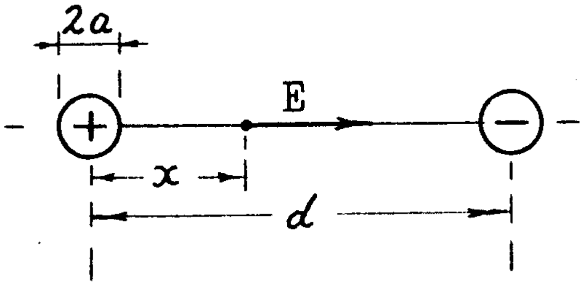


Рисунок 1.12 – Поперечний перетин двопроводової лінії

В системах зв'язку широко використовується двопроводова лінія (рис. 1.12).

Напруженість електричного поля у точці x поміж проводами утворюється позитивними і негативними зарядами і визначається як сума (див. (1.7) і (1.24)):

$$E = \frac{\gamma}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 x} - \frac{\gamma}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 (d-x)}.$$

Напруженість поміж проводами:

$$U = \int_a^{d-a} E dx = \frac{\gamma}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\int_a^{d-a}\frac{dx}{x} - \int_a^{d-a}\frac{dx}{d-x}\right) = \frac{\gamma}{\pi\varepsilon\varepsilon_0}\ln\frac{d-a}{a}.$$

Оскільки $\gamma = q/l$, то при $d >> a$

$$C = \pi\varepsilon\varepsilon_0 l/ln(d/a). \tag{1.54}$$

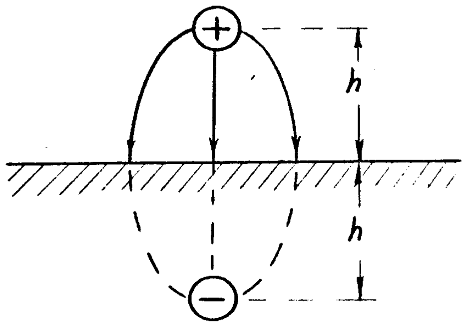


Рисунок 1.13 – Електричне поле провідника над провідною поверхнею

Формулу (1.54) можна застосувати і для розрахунків ємності проводу, що є підвішений над землею (рис. 1.13). Земля тут є еквіпотенціальною поверхнею, і її дія еквівалентна дії точкового заряду протилежного знаку. Якщо замінити d на $2h$ і врахувати, що напруга поміж проводом і землею при тому самому заряді проводу в два рази менша за напругу поміж двома проводами, маємо

$$C = 2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l \,/\, \ln(2h/a). \qquad (1.55)$$

Кожний конденсатор характеризується ємністю і максимальною робочою напругою, при досягненні якої відбувається електричний пробій ізоляції. Для одержання необхідної в якому-небудь пристрої ємності конденсатори можуть з'єднуватись паралельно або послідовно (рис. 1.14).

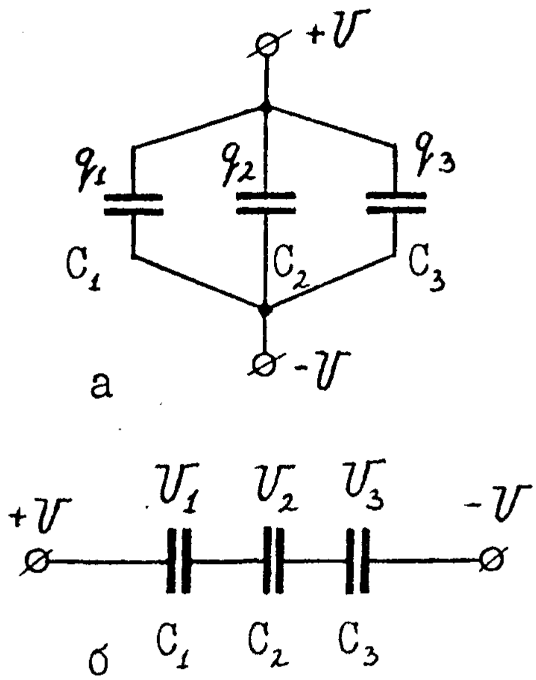


Рисунок 1.14 – Паралельне *а*) та послідовне *б*) з'єднання конденсаторів

При паралельному з'єднанні напруга на всіх конденсаторах є однакова, а загальний заряд – сума зарядів на всіх конденсаторах, тому

$$C = \frac{q}{U} = \frac{q_1}{U} + \frac{q_2}{U} + \frac{q_3}{U} = C_1 + C_2 + C_3 = \sum C_i. \qquad (1.56)$$

Максимальна робоча напруга визначається при цьому тим конденсатором, для якого вона є найменша.

При послідовному з'єднанні внаслідок електростатичної індукції на обкладках конденсаторів з'являються рівні заряди протилежного знаку $\pm q$. Загальний спад напруги, очевидно, дорівнює $U = U_1 + U_2 + U_3$. Тому, оскільки $U = q/C$, $U_1 = q/C_1$ тощо,

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \sum \frac{1}{C_i}. \qquad (1.57)$$

Через те що напруга на кожному конденсаторі є менша за загальну, то максимальна робоча напруга всієї батареї буде більшою, ніж у окремого конденсатора.

При заряджанні конденсатора здійснюється певна робота A, оскільки кожний наступний заряд, що підводиться, відчуває відштовхуючу дію раніше підведених зарядів того самого знаку. Елементарна робота dA, яка витрачається на підведення заряду dq, визначається як $dA = Udq$ (1.28). Оскільки $U = q/C$, то

$$A = \frac{1}{C}\int_0^q q\,dq = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}. \qquad (1.58)$$

При розряджанні конденсатора накопичена ним енергія $W = A$ виділяється у зовнішньому колі. Енергію зарядженого плоского конденсатора, використовуючи (1.46) та (1.52), запишемо у вигляді

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}\cdot\frac{E^2 d^2}{2} = V\varepsilon\varepsilon_0\frac{E^2}{2}, \qquad (1.59)$$

де об'єм електричного поля поміж обкладками конденсатора $V = Sd$.

Величина

$$\omega = W / V = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 / 2, \qquad (1.60)$$

є густиною енергії, яка накопичена в електричному полі. Слід відзначити, що формула (1.59) є справедлива для ідеального випадку, коли вся енергія джерела струму, від якого заряджається конденсатор, перетворюється на енергію електричного поля. У реальному випадку частина енергії Q може йти на нагрівання діелектрика в конденсаторі, зміну його розмірів тощо, тому $A = W + Q$.

1.11. Діелектрики в електричному полі

На відміну від металів, в діелектриках вільних носіїв дуже мало, тому їх перерозподіл в електричному полі не відіграє значної ролі. Більш важливим є вплив поля на пов'язані заряди в атомах або молекулах. Під дією електричного поля діелектрик поляризується, тобто на одному його кінці виникає позитивний заряд, а на другому – негативний. Причин появи поляризованих зарядів може бути дві:

1) зміщення електронних оболонок атомів відносно ядра або зміщення іонів протилежного знаку в молекулах один відносно одного (NaCl), внаслідок чого атоми чи молекули перетворюються на електричні диполі (рис. 1.15, а, б);

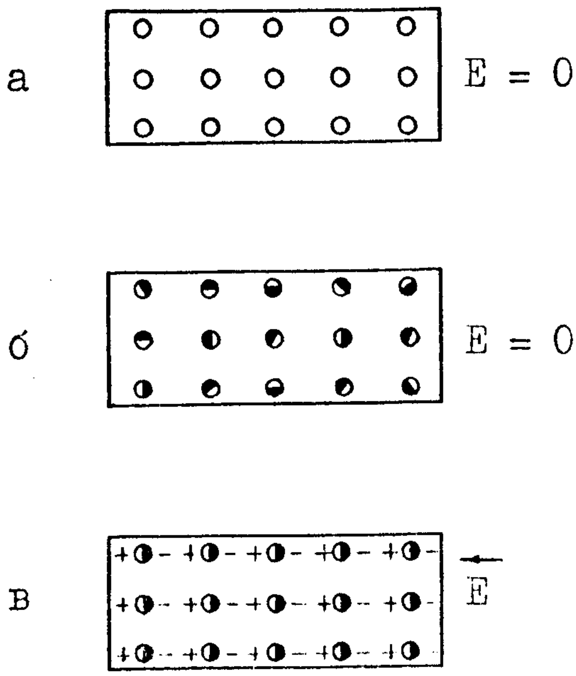


Рисунок 1.15 – Поляризація діелектриків

2) в речовинах, молекули яких мають власний електричний момент,

відбувається їхня орієнтація у зовнішньому полі (вода), водночас тут може діяти і перший ефект, який збільшує власний електричний момент (рис. 1.15, б, в).

В останньому випадку в окремих областях об’єму діелектрика (доменах) за відсутності зовнішнього поля може існувати самочинна поляризація з безладною орієнтацією електричних моментів доменів один відносно одного. У зовнішньому полі відбувається орієнтація доменів і діелектрик поляризується. Як видно з рис. 1.11, а, якщо метал в електричному полі по вертикалі поділити на дві частини, то кожна частина буде зарядженою. При поділі діелектрика на будь-яку кількість частин (рис. 1.15, в) всі вони лишаються незарядженими, тобто поляризаційні заряди не поділяються.

Поляризація характеризується фізичною величиною, яка називається ***поляризованістю***:

$$P = \frac{1}{V}\sum \vec{p}_i \,. \qquad (1.61)$$

Це векторна сума електричних моментів всіх елементарних диполів в одиниці об’єму. Розглянемо елемент об’єму діелектрика площею S і довжиною l в електричному полі E (рис. 1.16).

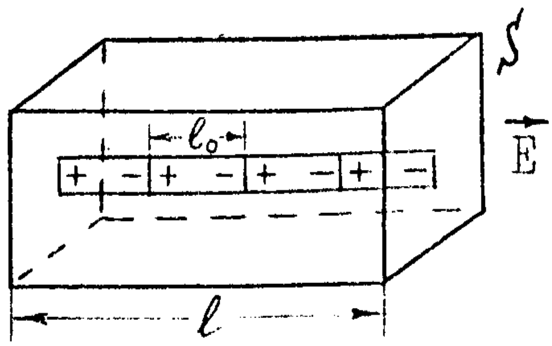


Рисунок 1.16 – До розрахунку поляризації

Молекулярні диполі із зарядами q_g довжиною l розташовані ланцюжком уздовж поля. Якщо в одному ланцюжку диполів є n диполів, то загальний електричний момент ланцюжка $p = n_0 q_g l_0 = q_g l$.

Позначимо через N число ланцюжків що виходять на поверхню S, і маємо

$$P = \frac{Np}{V} = \frac{Nq_g l}{Sl} = \frac{Nq_g}{S} = \frac{q'}{S} = \delta', \qquad (1.62)$$

де $q' = Nq_g$ – число зарядів, що виходять на поверхню; δ' – їхня поверхнева густина.

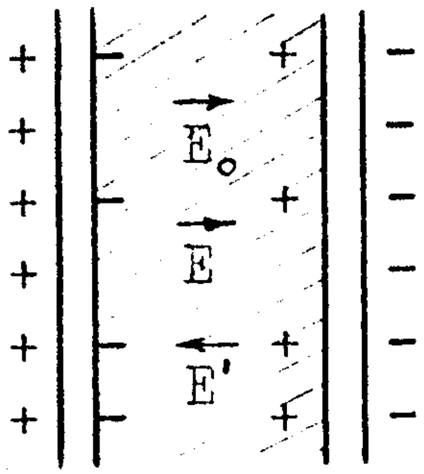


Рисунок 1.17 – Електричне поле в діелектрику, розміщеному в конденсаторі

Таким чином, поляризованість визначається поверхневою густиною поляризаційних зарядів.

Напруженість електричного поля в діелектрику E, наприклад, розміщеному в конденсаторі (рис 1.17), визначається різницею поля, яке утворюється зарядами на обкладках (без діелектрика), $E_0 = \delta_0/\varepsilon_0$ (1.20) і поля, яке утворюється поляризованими зарядами, $E' = \delta'/\varepsilon_0$.

Звідси

$$E = E_0 - E' = (\delta_0 - \delta') / \varepsilon_0, \qquad (1.63)$$

де різниця $\delta_0 - \delta'$ називається ***поверхневою густиною вільних зарядів***.

Отже, при внесенні у відімкнений заряджений конденсатор діелектрика поле всередині його зменшується. А коли конденсатор підімкнено до джерела з напругою U, то, очевидно, $E = U / d$ (1.46) і від діелектрика не залежить. У цьому випадку від діелектрика залежить лише ємність конденсатора, тобто здатність прийняти певну кількість заряду за даного U (1.49).

Досвід показує, що в ізотропних діелектриках поляризованість є прямо пропорційна напруженості електричного поля в даній точці:

$$P = \delta' = \alpha\varepsilon_0 E,$$

де α – безрозмірний коефіцієнт, який називається ***діелектричною сприйнятливістю***.

Підставивши цей вираз в (1.63), маємо $E = E_0 - \alpha E$, звідки

$$E = E_0 / (1+\alpha) = E_0 / \varepsilon, \qquad (1.64)$$

де $\varepsilon = (1 + \alpha)$ – відносна діелектрична проникність (1.3).

Електричне зміщення (1.7) у діелектрику

$$D = \varepsilon\varepsilon_0 E = \varepsilon_0 E + \alpha\varepsilon_0 E = \varepsilon_0 E + P. \qquad (1.65)$$

Якщо в конденсатор помістити два шари різних діелектриків (паралельних обкладкам), то, як видно з (1.64), величина E в них різна. Це означає, що частина ліній напруженості електричного поля зазнає розриву на межі розподілу діелектриків. Величина електричного зміщення в обох діелектриках $\vec{D}_1 = \vec{D}_2 = \varepsilon_0\vec{E}_0$, тобто лінії електричного зміщення не перериваються на межі розподілу. Тому величиною D зручніше користуватися для опису електричного поля в неоднорідних діелектриках, чим і зумовлений практичний сенс її введення. Найбільше значення ε (до $10^4 \ldots 10^5$) мають сегнетоелектрики (вид сегнетової солі), поляризація яких зумовлена орієнтацією доменів. Конденсатори з такими діелектриками мають найбільшу ємність на одиницю площини.

Існують діелектрики, які, будучи поляризованими у зовнішньому електричному полі при підвищеній температурі, зберігають свою поляризацію і без зовнішнього поля при нормальній температурі. Вони називаються ***електретами*** і використовуються для утворення електричного поля. Первісна поляризація у деяких діелектриків може відбуватися і при освітленні (замість підігріву, тоді вона зберігається лише у темряві (***фотоелектрети***).

Як відзначалося на початку параграфа, молекули речовини можуть деформуватися під дією електричного поля. У низці кристалічних тіл це призводить до деформації (стиску–розтягу) самого кристала. Навпаки, деформація кристала призводить до його поляризації, називаної ***п'єзоелектричним ефектом***. Цей ефект широко використовується в п'єзоелектричних мікрофонах, звукознімачах тощо. Виникнення механічних коливань у кристалі під дією змінного електричного поля застосовується для збудження ультразвукових хвиль.

1.12. Постійний електричний струм

В різних тілах є електричні заряди, які здатні переміщуватися. В металах це електрони, у рідинах – іони, в газах – іони та електрони тощо*.* ***Електричним струмом*** називається напрямлене переміщення електричних зарядів. За напрямок струму прийнято вважати напрямок руху позитивних зарядів. Негативні заряди рухаються в протилежному напрямку. Відповідно, якщо тіло, яке містить вільні заряди, помістити в електричне поле, то напрямок руху позитивних зарядів збігається з напрямком $\vec{E}$. В діелектриках вільних зарядів немає, однак, якщо помістити їх в електричне поле, впродовж часу поляризації відбувається зміщення зарядів. Такі струми називаються ***струмами поляризації***, вони зникають після закінчення процесу поляризації.

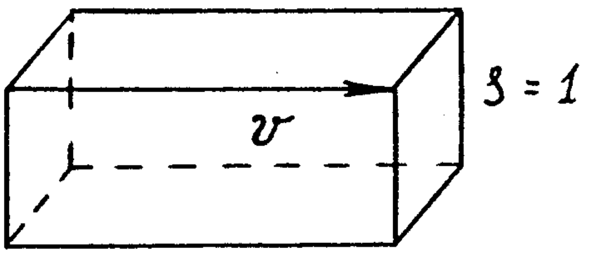


Рисунок 1.18 – До визначення густини струму

Кількісними характеристиками струму є густина струму і сила струму. Густина струму j дорівнює заряду, який проходить в одиницю часу через одиницю поверхні, перпендикулярної до напрямку струму. Виокремимо всередині провідника одиничну площинку S = 1, перпендикулярну до швидкості $\vec{v}$ руху заряджених частинок (рис. 1.18), і побудуємо на ній прямокутний паралелепіпед довжиною, дорівнюваною v. За одиницю часу через площинку проходить число частинок N, яке вміщено в об’ємі паралелепіпеда. Якщо n є концентрація заряджених частинок (число частинок в одиницю об’єму), то $N = nv$. Помноживши N на величину одиничного заряду e, маємо заряд, який проходить в одиницю часу через одиничну площинку, тобто

$$\vec{j} = en\vec{v}\,. \tag{1.66}$$

Оскільки e і n є скаляри, а $\vec{v}$ – вектор, то $\vec{j}$ є векторна величина.

Сила струму i дорівнює заряду, який проходить в одиницю часу через повний переріз провідника S. Оскільки у загальному випадку заряди можуть проходити через даний переріз в один і інший бік, то мається на увазі результуюче перенесення заряду Δq за час Δt, тобто $i = \Delta q/\Delta t$, або

$$i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}. \tag{1.67}$$

Оскільки q та t – скаляри, то й i є скалярна величина. Виходячи з визначень i та j, в однорідному провідникові

$$i = \vec{j} \cdot \vec{S} = jS\cos\alpha \;= j_n S, \tag{1.68}$$

де α – кут поміж напрямком $\vec{j}$ (що збігається з $\vec{v}$) і нормаллю до S, j – проекція вектора $\vec{j}$ на цю нормаль.

Сила струму вимірюється в амперах (1 А = 1 Кл /1 с); відповідно до (1.68), одиницею густини струму є 1 А /м^2.

В неоднорідному провідникові сила струму через нескінченно малу площинку dS дорівнює $d_i = j_n dS$, а через повний переріз

$$i = \int_S j_n dS. \qquad (1.69)$$

Якщо виокремити всередині провідника замкнену поверхню, то, на підставі (1.67) та (1.69), зміна за одиницю часу позитивного заряду всередині поверхні визначається як

$$-\frac{dq}{dt} = \oint_S j_n dS. \qquad (1.70)$$

Це рівняння називається ***рівнянням неперервності***. Для постійного (незмінюваного у часі) струму сила струму є однакова в будь-якому перерізі провідника, тому що через будь-який переріз проходить однакова кількість зарядів (1.67). Густина струму буде більше в тих місцях, де переріз менший, бо $j = i / S$ (1.68).

1.13. Закон Ома та Джоуля-Ленца

Якщо кінці провідника підімкнути до джерела напруги, то всередині провідника утворюється електричне поле, що діє на вільні електрони з силою $\overline{F} = e\overline{E}$, яка надає їм прискорення $\overline{a} = \overline{F}/m = e\overline{E}/m$. Під дією цієї сили електрони переміщуються зі збільшенням швидкості до зіткнення з будь-яким атомом речовини, внаслідок чого швидкість падає до нуля, і процес повторюється. Позначивши час між зіткненнями τ, тобто вважаючи V_0 і $V_\tau = a\tau$, для середньої швидкості руху електронів маємо

$$V = (V_0 - V_\tau)/2 = V_\tau/2 = (a\tau/2m)E. \qquad (1.71)$$

Густина струму (1.66)

$$\vec{j} = \frac{e^2 n\tau}{2m}\vec{E} = \lambda\vec{E}, \qquad (1.72)$$

де $\lambda = e^2 n\tau / 2m$ – питома електропровідність провідника, визначувана лише природою і станом його речовини. Обернена величина $\rho = 1/\lambda$ називається ***питомим електричним опором***. Співвідношення (1.72) виражає закон Ома в диференціальній формі, тому що характеризує стан середовища в одній точці.

З формули (1.72), на прикладі однорідного провідника з однаковим S і довжиною l, підставивши $j = I / S$, $\lambda = 1 / \rho$, $E = U / l$, легко дістати

$$I = U / R \qquad (1.73)$$

– закон Ома в інтегральній формі, де $R = \rho l / S$ – опір провідника, який вимірюється в омах (1 Ом = 1 В / 1 А). Опір металів збільшується зі зростанням температури відповідно до закону

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha\, t), \qquad (1.74)$$

де ρ_0 – питомий опір при 0^0 С; α – температурний коефіцієнт опору. Це збільшення зумовлене зменшенням α через зменшення τ (1.72), оскільки зі зростанням температури зростає швидкість теплового руху електронів U, а $\tau \sim 1/U$. За допомогою формули (1.73) можна визначити й опір провідників з неоднаковим перерізом по довжині. Для цього визначається залежність $I = f(U)$, яка називається ***вольт-амперною характеристикою***, і з порівняння з (1.73) записується R. Визначимо, наприклад (див. рис. 1.7,б), опір витікання діелектрика циліндричного конденсатора. З (1.68) та (1.72) маємо

$$i = jS = SE/\rho. \tag{1.75}$$

В однорідних середовищах електричне поле, яке виникає при протіканні струму, в більшості практичних випадків збігається з електростатичним полем, тобто з тим полем, яке було б за тієї самої напруженості на електродах, а замість провідного середовища був би вакуум. Тому з (1.45) та (1.39)

$$E = \frac{dU}{dr} = \frac{U_0}{r\ln(b/a)}.$$

Підставивши цей вираз в (1.75) і врахувавши, що $S = 2\pi rl$, запишемо

$$i = \frac{U_0 2\pi l}{\rho \ln(b/a)},$$

звідки, з порівняння з (1.73)

$$R = \frac{\rho \ln(b/a)}{2\pi l}. \tag{1.76}$$

Оскільки концентрація вільних носіїв заряду в діелектриках дуже мала, то $R \sim \rho \sim 1/n$ дуже великий і струм через конденсатор практично дорівнює нулю. Якщо цю формулу застосувати до коаксіального кабелю, то за його великої довжини опір зменшується і струм витікання через діелектрик може стати помітним. Цікаво відзначити, що, як випливає з (1.53) та (1.76), добуток

$$RC = \rho\varepsilon\varepsilon_0 \tag{1.77}$$

від форми електродів не залежить, а визначається лише властивостями середовища поміж електродами. Це справедливо і в загальному випадку, якщо опір середовища поміж електродами набагато більший за опір самих електродів. Тому, знаючи величину ємності для конкретної системи (п. 1.10), неважко за (1.77) визначити величину R.

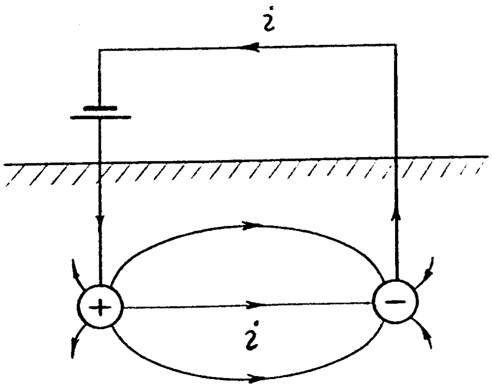


Рисунок 1.19 – Дія заземлення

В техніці зв’язку часто над землею прокладають лише один провід, а за другий провід використовують землю, тобто в один бік струм тече по проводу, а в інший – по землі (рис. 1.19). Для цього на обох станціях в землю закопують металеві предмети.

Визначимо опір заземлення, користуючись викладеним вище методом і вважаючи, що предмети мають форму кулі з діаметром $2a$, причому відстань поміж кулями і глибина їхнього розташування набагато більша за $2a$. Потенціали куль відносно нескінченності (1.32)

$$U_{1\infty} = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 a} \text{ та } U_{2\infty} = \frac{-q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 a},$$

а різниця потенціалів поміж ними $U = q / 2\pi\varepsilon\varepsilon_0 a$.

Напруженість поля у поверхні куль (1.8)

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 a^2} = \frac{U}{2a}.$$

Сила струму через поверхню $S = 4\pi a^2$ кожної кулі (1.75)

$$i = \frac{U}{2\rho a} 4\pi a^2 = \frac{2\pi a}{\rho} U, \tag{1.78}$$

звідки

$$R = \rho / 2\pi a.$$

Таким чином, R залежить лише від радіусів куль і питомого опору землі біля куль, оскільки основна частина напруги падає на прилеглі до них шари землі, де густота силових ліній поля є максимальна. Для зменшення ρ кулі розміщують у сирих місцях.

Як відзначалося раніше, під дією електричних сил електрони в металі прискорюються і збільшують свою кінетичну енергію до моменту зіткнення з атомами. Після зіткнення кінетична енергія передається речовині провідника і переходить в тепловий рух атомів. Отже, при проходженні струму провідник нагрівається. Кінетична енергія, яку отримує один електрон за час t,

$$\omega_1 = \frac{m v_\tau^2}{2} \frac{t}{\tau} = \frac{m}{2} \left(\frac{e\tau}{m} E \right)^2 \frac{t}{\tau} = \frac{e^2 \tau}{2m} E^2 t,$$

де v_τ – визначається (1.71); t/τ – число вільних пробігів електрона за час t.

Енергія, яка передається в одиницю часу одиниці об'єму провідника з концентрацією електронів n, дорівнює (1.72)

$$\omega = \frac{\omega_1 n}{t} = \frac{ne^2}{2m} \tau E^2 = \lambda E^2 = jE. \tag{1.79}$$

Ця формула виражає ***закон Джоуля-Ленца в диференціальній формі***.

В однорідному провіднику ($j = I/S$, $E = U/l$) енергія, яка передається всьому об'єму провідника $V = S/l$ за час t, визначається як

$$A = \omega v t = \frac{i}{S} \frac{U}{l} S l t = iUt = i^2 R t, \tag{1.80}$$

а потужність струму, тобто робота в одиницю часу,

$$p = A / t = IU. \tag{1.81}$$

Формула (1.80) є ***законом Джоуля-Ленца в інтегральній формі***. За одиницю виміру потужності прийнято ват: 1 Вт = 1 В · 1 А.

Формулу (1.80) також можна здобути, якщо виходити із визначення напруги як $U = A / q$ оскільки $q = it$.

1.14. Електрорушійна сила

Якщо з'єднати провідником два протилежно заряджених тіла, наприклад обкладки конденсатора, то по провіднику буде протікати струм до тих пір, доки по всій системі не встановиться однаковий потенціал. При цьому значення E всередині провідників скрізь стає дорівнюваним нулю і струм припиняється. Таким чином, в системі, де діють лише електростатичні сили, напруга і струм зменшуються з часом до нуля.

Для підтримки струму постійної величини треба мати пристрій, який повертав би назад заряди, що перемістилися під дією електростатичного поля. Такі пристрої називають ***джерелами струму***. Сили, які діють всередині джерела струму, називають ***сторонніми силами***. В гальванічних елементах, наприклад, вони мають хімічну природу.

Розглянемо найпростіше замкнене коло, яке складається з опору *R* і джерела струму (рис. 1.20).

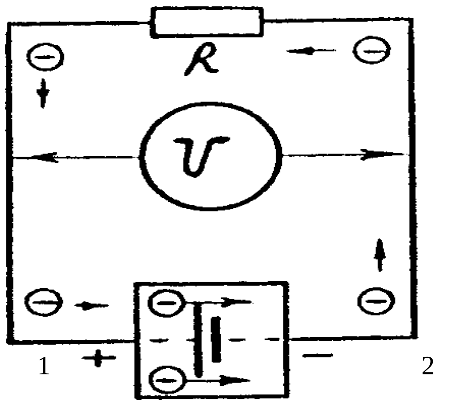


Рисунок 1.20 – Електричне коло з джерелом струму

Електрони в такому колі рухаються під дією електростатичних сил від точки 2 через опір *R* до точки 1. Всередині джерела сторонні сили мають безперервно перекидати електрони від точки 1 до точки 2, щоб підтримувати постійну різницю потенціалів на електродах і постійну величину струму в колі. Робота *A*, яку здійснюють сторонні сили всередині джерела, складається з роботи qU щодо подолання електростатичних сил (електрони відштовхуються від негативного електрода і притягуються до позитивного) і роботи щодо подолання електронами внутрішнього опору *r* джерела струму:

$$ri^2t = qir,\ A = qU + qir.$$

Оскільки робота qU, здійснювана всередині джерела, компенсує втрати енергії у зовнішньому колі, то, використовуючи закон Ома для ділянки кола з опором *R*, дістанемо $qU = qiR$. Відповідно $A = qiR + qir$, або $A / q = i(R + r)$. Відношення роботи, яку здійснюють сторонні сили при переміщенні заряду q всередині джерела струму, до величини цього заряду називається ***електрорушійною силою*** (ЕРС) джерела струму:

$$\varepsilon = i(R + r), \text{ або } i = \frac{\varepsilon}{R + r}. \tag{1.82}$$

Ця формула називається ***законом Ома для замкненого кола***. ε має розмірність напруги і вимірюється у вольтах.

Визначимо напругу *U* на зажимах джерела струму (див. рис. 1.20). За законом Ома, падіння напруги на опорі *R* дорівнює $U = R\ I$. Підставивши значення струму (3.82), матимемо

$$U = \varepsilon\frac{R}{R + r} = \varepsilon\left(1 - \frac{r}{R + r}\right) = \varepsilon - ir. \tag{1.83}$$

Формула (1.83) показує, що *U* залежить від співвідношення величин опорів зовнішнього кола *R* і джерела струму *r*.

При $R >> r$, $U = \varepsilon$ має максимальне значення. Тоді говорять, що джерело працює в режимі генератора напруги. При зменшенні *R* зменшується і *U*. При $R << r$, $U << \varepsilon$ струм має максимальне значення (струм короткого замикання):

$$i_{\max} = \varepsilon / r. \tag{1.84}$$

В такому разі джерело працює в режимі генератора струму.

Для збільшення загальної напруги джерела струму можуть з'єднуватись послідовно (рис. 1.21). В такому разі $\varepsilon = \sum_i E_i$ і $r = \sum_i r_i$. При паралельному з'єднанні ЕРС не змінюється, а $1/r = \sum_i 1/r_i$, як і при паралельному з'єднанні зовнішніх опорів. Зменшення результуючого внутрішнього опору r призводить до збільшення максимального струму (1.84).

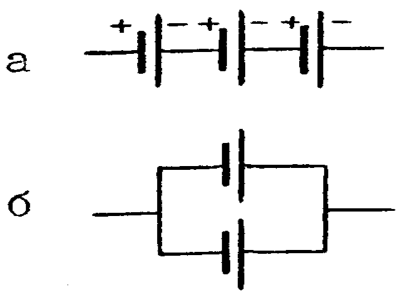


Рисунок 1.21 – Послідовне *а*) і паралельне *б*) з'єднання джерел струму

У загальному випадку електричні кола можуть складатися не з одного (див. рис. 1.20), а з багатьох, пов'язаних один з одним замкнених контурів струму (рис. 1.22). Для ділянки кола, яка містить ЕРС (рис. 1.22,а), різницю потенціалів U_{12} на кінцях кола можна записати (1.28) як відношення роботи A_{12} електричних сил щодо переміщення заряду q з точки 1 в точку 2 до величини цього заряду:

$$U_{12} = \frac{A_{12}}{q}.$$

Робота A_{12} складається з роботи $qi(R + r) = qiR_n$ на опорі всієї ділянки ($R_n = R + r$ – повний опір ділянки) і роботи, яка здійснюється електростатичними силами всередині джерела $q\varepsilon$, тобто $A_{12} = qiR_n \pm q\varepsilon$.

Остання робота є позитивна, якщо сторонні сили діють у напрямку руху зарядів, і негативна при зворотному русі зарядів. Отже,

$$U_{12} = A_{12} / q = iR_n \pm \varepsilon, \text{ або } i = (U_{12} \pm \varepsilon)\, R_n. \tag{1.85}$$

Цей вираз називають ***законом Ома для ділянки кола, яка містить джерело ЕРС***.

При практичному використанні формули (1.85) струм вважається позитивним, коли він спрямований від точки 1 до точки 2, а ЕРС вважається позитивною, якщо, переміщуючись від точки 1 до точки 2, ми проходимо джерело від негативного полюса до позитивного.

Для визначення струмів в різних ділянках розгалужених кіл користуються двома правилами Кірхгофа. Вважаємо, що в колі встановився стаціонарний стан, тобто струми і напруги з часом не змінюються. Виокремимо в колі якийнебудь вузол (рис. 1.22,б), де з'єднуються провідники. Потенціал цього вузла має бути постійним, бо в іншому разі порушиться умова стаціонарності. Для виконання цієї умови потенціалу вузла треба, щоби кількість зарядів, що вносяться до нього за одиницю часу, дорівнювала кількості зарядів, які виносяться, тобто стосовно

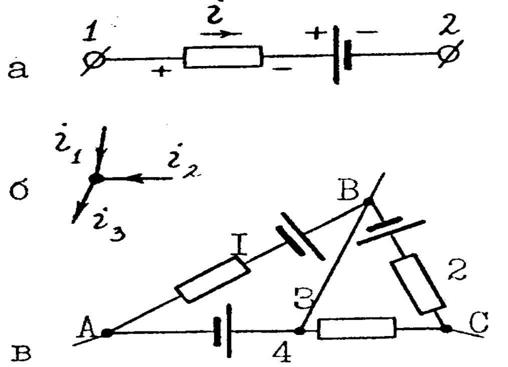


Рисунок 1.22 – Розгалужені кола

до рис. 1.22,б: $i_1 + i_2 = i_3$ або $i_1 + i_2 - i_3 = 0$. Якщо приписати вхідним у вузол струмам один знак, а вихідним – протилежний, то в загальному випадку:

$$\sum i_i = 0. \qquad (1.86)$$

Ця формула відбиває перше правило Кірхгофа: ***алгебраїчна сума струмів, які протікають через вузол, дорівнює нулю***.

Друге правило Кірхгофа стверджує, що ***в замкненому контурі алгебраїчна сума спадів напруги дорівнює алгебраїчній сумі ЕРС джерела струму цього контуру***:

$$\sum i_i R_i = \sum \varepsilon_i . \qquad (1.87)$$

Цей вираз є висновок формули (1.85). Наприклад, для трьох ділянок замкненого контуру (рис. 1.22,в) можна записати (1.85):

$$U_{AB} = U_A - U_B = i_1 R_1 - \varepsilon_1;$$
$$U_B - U_C = i_2 R_2 - \varepsilon_2;$$
$$U_C - U_A = i_3 R_3 - \varepsilon_3. \qquad (1.88)$$

Склавши ліві й праві частини рівнянь, маємо, що сума лівих частин дорівнює нулю, отже й дістанемо (1.87). При користуванні другим правилом Кірхгофа зазвичай вибирається який-небудь напрямок обходу контуру і виконуються умови знаків. Ці умови стосовно (1.87) такі:

1) якщо напрямки струмів збігаються з напрямком обходу, то добутки $i_i R_i$ беруться зі знаком “плюс”;

2) якщо при обході джерела ЕРС струм проходить від знаку “мінус” до знаку “плюс”, то знак ε_i є позитивний.

Найчастіше при розрахунках кіл відомі лише величини R_i та ε_i, а величину й напрямок струмів треба визначити. Тому при складенні системи рівнянь (1.86) та (1.87) для кожної ділянки можна обрати довільний напрямок струму і вважати його за позитивний. Якщо після розв’язання рівнянь для даної ділянки маємо негативне значення струму, то це означає, що його реальний напрямок є протилежний до раніше обраного.

2. ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

2.1. Магнітне поле і магнітна індукція

Досліди показують, що провідники зі струмом взаємодіють один з одним. Взаємодія провідників зі струмом є подібна до дії струмів на магніти і магнітів на струми. Це доводить, що взаємодія провідників зі струмом здійснюється за допомогою магнітного поля. Так само, як електричний заряд утворює навколо себе електричне поле і за його допомогою діє на інший заряд, провідник зі струмом утворює навколо себе магнітне поле і за його допомогою діє на інший провідник зі струмом.

Слід відзначити, що нерухомі заряди утворюють навколо себе лише електричне поле, а магнітне поле утворюється лише рухомими зарядами. Таку саму роль, що виконує в електричних взаємодіях точковий заряд, в магнітних взаємодіях виконує елемент струму *idl*, де *i* – сила струму, *dl* – вектор, який має довжину нескінченно малого відрізка проводу *dl* і напрямлений уздовж струму.

Основною характеристикою магнітного поля є магнітна індукція $\overline{B}$. Вона визначається силою, що діє на елемент струму, яка, згідно із встановленим дослідами законом Ампера, дорівнює

$$dF = i\,[dl{\cdot}B]. \qquad (2.1)$$

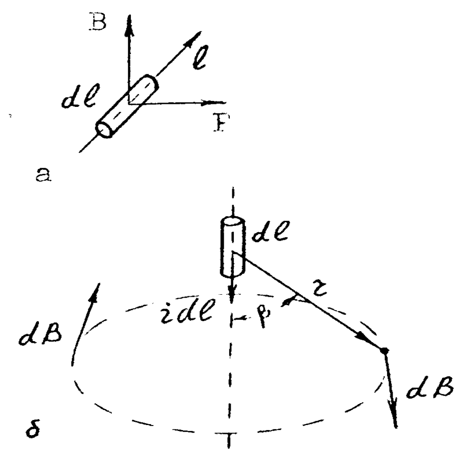


Рисунок 24.1 – Визначення напрямку сили, що діє на елемент струму *а*), і магнітної індукції елемента струму *б*)

Сила, що діє на весь провідник зі струмом, визначається підсумовуванням сил, які діють на його елемент *dl*. Для прямолінійного провідника зі струмом в однорідному магнітному полі

$$F = i\,[l{\cdot}B], \qquad (2.2)$$

або, у скалярній формі,

$$F = i\,l\,B\sin\alpha\,. \qquad (2.3)$$

Напрямок *F* легко визначити за відомим правилом лівої руки (рис. 2.1,а): ***якщо напрямок струму збігається з витягнутими пальцями лівої руки і магнітні силові лінії входять перпендикулярно у долонь, то відігнутий у бік великий палець вкаже напрямок сили***.

Одиницею виміру магнітної індукції *B* в системі СІ є тесла (Тл). Згідно з (2.3), при розміщенні прямого проводу довжиною 1 м, яким тече струм 1 А перпендикулярно до вектора *B*, в магнітне поле з індукцією 1 Тл на провід діє сила 1 Н = 1 А·1 м·1 Тл, звідки 1 Тл = 1 Н/Ам.

Елемент струму утворює навколо себе власне магнітне поле, індукція якого визначається за здобутим з дослідів законом Біо-Савара-Лапласа

$$d\vec{B} = K\frac{i[d\vec{l}\,\vec{r}]}{r^3}, \tag{2.4}$$

де $\bar{r}$ – радіус-вектор, проведений з елемента струму в дану точку; K – коефіцієнт пропорційності.

Напрямок $d\overline{B}$ визначається за правилом гвинта (рис. 2.1,б). Він збігається з напрямком руху кінця ручки гвинта з правою нарізкою, гвинт якого рухається у напрямку струму. У скалярному вигляді

$$dB = K\frac{idl}{r^2}\sin\beta. \tag{2.5}$$

Магнітну індукцію, яку утворює певний провідник зі струмом, можна визначити як суму $\vec{B}=\sum\vec{B}_i$ магнітних індукцій, утворених усіма елементами струму.

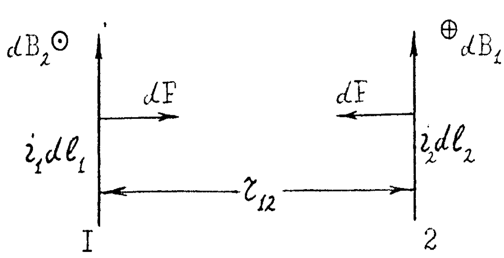


Рисунок 2.2 – Взаємодія двох елементів струму

Формули (2.1) та (2.4) визначають взаємодію двох елементів струму. Елемент струму 1 утворює магнітне поле з індукцією (рис. 2.2), яка визначається за формулою (2.5) dB_1. У цьому полі на елемент струму 2 діє, згідно з (4.3), сила

$$dF = i_2 dl_2 dB_1 = K\frac{i_1 dl_1 \cdot i_2 dl_2}{r_{12}^2} \tag{2.6}$$

(синуси дорівнюють одиниці). Очевидно, що сила, яка діє на елемент 1, має таку саму величину, але протилежний напрямок.

В системі СІ значення коефіцієнта $K = \mu_0 / 4\pi$, де $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ (Гн/м) – магнітна стала.

2.2. Напруженість магнітного поля

Так само, як електричне поле описується двома величинами $\overline{E}$ і $\overline{D}$, для опису магнітного поля, крім $\overline{B}$, використовується і напруженість магнітного поля

$$\overline{H} = \overline{B}/\mu_0. \tag{2.7}$$

Визначимо $\overline{H}$ для двох найпростіших опорів струму. Всі елементи колового струму є перпендикулярні до радіуса-вектора (рис. 2.3,а), тому з (2.7) і (2.5)

$$dH = \frac{1}{4\pi}\frac{i}{R^2}dl.$$

Повна напруженість поля у центрі кола

$$H = \frac{i}{4\pi R^2}\int dl = \frac{i}{4\pi R^2}2\pi R = \frac{i}{2R}. \tag{2.8}$$

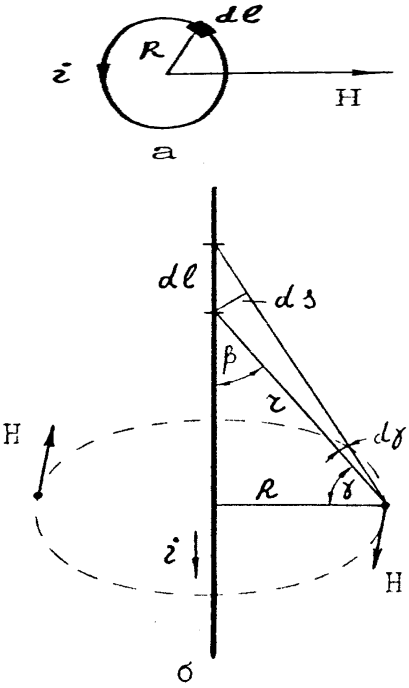


Рисунок 2.3 – Магнітне поле колового струму *а*) і прямого провідника зі струмом *б*)

Напрямок поля також знаходимо за правилом гвинта. При обертанні його ручки за напрямком струму в площині витка поступальний рух гвинта вкаже напрямок $\overline{H}$.

З (2.8) видно, що одиницею виміру H є 1 А/м.

Напруженість магнітного поля, утворюваного кожним елементом струму (2.5), (2.7), визначається як

$$dH = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{i}{r^2} dl \sin\beta . \qquad (2.9)$$

Визначимо значення H біля прямого проводу, яким тече струм i (рис. 2.3,б).

З рисунка випливає, що

$$\frac{dl \sin\beta}{r} = \frac{dl \cos\gamma}{r} = \frac{ds}{r} = d\gamma \text{, а } r = \frac{R}{\cos\gamma} .$$

Підставивши ці величини в (2.9) для повного нескінченного проводу, дістанемо

$$H = \frac{i}{4\pi R} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\gamma d\gamma = \frac{i}{2\pi R} . \qquad (2.10)$$

Коли відома напруженість магнітного поля біля провідника зі струмом, неважко визначити силу взаємодії двох провідників довжиною l (l << R). Підставимо в (2.2) значення $B = \mu_0 H = \mu_0 i_1 / 2\pi R$ і маємо

$$F = \mu_0 \frac{i_1 i_2}{2\pi R} l .$$

Напрямок сили визначається так само, як на рис. 2.2, тобто при однакових напрямках струмів провідники притягуються, а при протилежних – відштовхуються.

Напруженість магнітного поля навколо провідника зі струмом можна записати в іншому вигляді, якщо струм виразити через густину струму $i = j\,S$, а $j = n\,q\,v$.

Тоді

$$i\,l = j\,S\,l = N\,q\,v,$$

де n – концентрація електронів у провіднику; v – їхня швидкість; N – повне число електронів у відрізку проводу об’ємом Sl.

Напруженість поля, утворюваного одним електроном, що рухається ($N = 1$), визначимо, якщо підставимо в (2.9) і $l = q\,v$:

$$H = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{qv}{r^2} \sin\beta ,$$

де r і β ті самі, що і на рис. 2.1,б. Ця формула є справедлива для магнітного поля, яке утворюють будь-які рухомі частинки, в тому числі й заряджені частинки у вакуумі. При визначенні напрямку H треба враховувати знак заряду, бо за напрямок струму приймається напрямок руху позитивних зарядів. Поміж двома зарядами, які рухаються (або пучками зарядів), також діють сили електричної взаємодії.

2.3. Лінії індукції магнітного поля. Магнітна напруга

Магнітні поля так само, як і електричні, графічно зображуються за допомогою ліній індукції, дотичні до яких збігаються з напрямком вектора $\overline{B}$. У кожній точці поля вектор $\overline{B}$ має лише одне значення і напрямок, тому лінії індукції ніде не перетинаються. Відповідно до викладеного вище правила гвинта, лінії індукції прямого струму (рис. 2.4,а) являють собою концентричні кола навколо провідника. Густота ліній індукції, які перетинають одиницю поверхні, є пропорційна величині індукції магнітного струму. Відповідно, всередині колового струму (рис. 2.4,б) лінії проходять густіше, бо магнітні поля, утворені елементами струму, розташованими на протилежних частинах кола, у центрі додаються. На відміну від ліній електричного поля, які починаються на позитивних зарядах і закінчуються на негативних, лінії індукції магнітного поля є безперервні і не мають ані початку, ані кінця. Такі поля називають ***вихровими полями***.

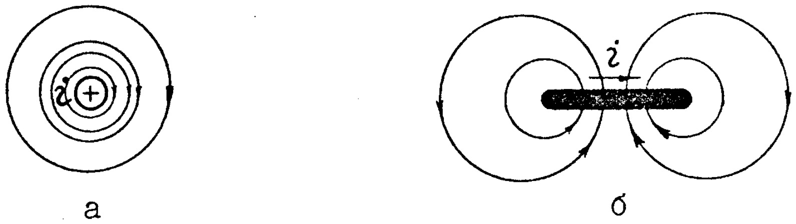


Рисунок 2.4 – Лінії індукції прямого (а) і колового (б) струму

За аналогією з електричною напругою, вводиться поняття ***магнітної напруги уздовж контуру***

$$U_M = \int_L H_s ds, \tag{2.11}$$

де dS – елемент довжини контуру, H_S – проекція H на напрямок dS.

Розглянемо магнітну напругу вздовж контуру у полі прямого проводу (рис. 2.5).

Припустимо, що контур є частиною кола довжиною S, яка збігається з лінією індукції (штрихова лінія 1-2). У цьому випадку $H_S = H$ в кожній точці контуру однакова (2.10):

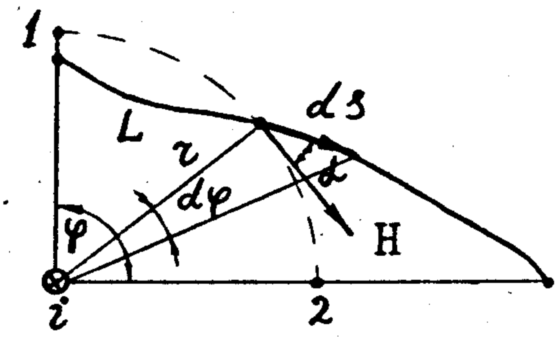


Рисунок 2.5 – До обчислення магнітної напруги

$$U_M = \frac{i}{2\pi r}\int_s ds = \frac{i}{2\pi r}s = \frac{i}{2\pi}\varphi, \quad (2.12)$$

де $\varphi = S/r$ – кут, складений радіусами, приведеними у початок і кінець контура.

Для довільного контура L (в площині кола) магнітна напруга dU_M уздовж елемента dS дорівнює

$$dU_M = H_s ds = H\cos\alpha\, ds.$$

Оскільки $d\varphi = \cos\alpha\, ds / r$, то, інтегруючи по всьому контуру, дістанемо той самий вираз (2.12). Формула (2.12) є правильна і для контура, який не лежить у площині ліній індукції. В такому разі елемент dS завжди можна розкласти на складову, перпендикулярну до струму dS_1, і складову, паралельну до струму dS_2. Оскільки $HdS_2 = 0$ ($H \perp dS_2$), то це означає, що U_M уздовж dS таке саме, як уздовж dS_1. Отже, магнітна напруга уздовж магнітного контура така сама, як і для проекції цього контура на площину, перпендикулярну до струму.

Для замкненого контура, охоплюючого провід зі струмом, $\varphi = 2\pi$ і

$$U_M = \oint H_s ds = i, \quad (2.13)$$

звідки випливає, що U_M вимірюється в амперах.

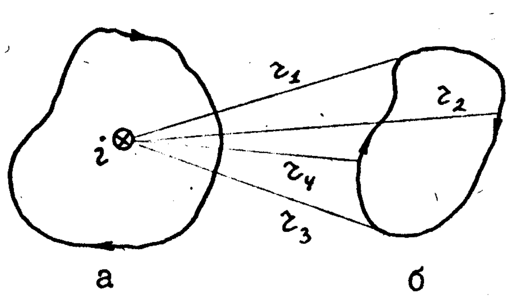


Рисунок 2.6 – Контур, охоплючий *а*) і неохоплюючий *б*) струм

Згідно з правилом гвинта, якщо напрямок поступального руху гвинта збігається зі струмом, то напрямок обертання ручки збігається з напрямком обходу контура (рис. 2.6,а). Неважко визначити, що для замкненого контура, який не охоплює струм (рис. 2.6,б), кут $\varphi = 0$ (при обході спочатку зростає, а потім зменшується), тому $U_M = 0$. Формула (2.13) дозволяє зробити висновок, що магнітна напруга уздовж замкненого контура дорівнює повній силі струму, який протікає через поверхню, обмежену цим контуром.

Якщо контур охоплює струм два рази (або *n* разів), то при обході контура кут змінюється на 4π. Отже, U_M буде в два рази (або в *n* разів) більше, ніж дістано з (2.12). Формула (2.12) дозволяє просто розрахувати H у багатьох практично важливих випадках.

2.3.1. Тороїдна котушка і соленоїд

Коло, проведене навколо центра тороїда (рис. 2.7), охоплює струми усіх N витків котушки, тому $H\,2\pi\, r = N\, i$, звідки

$$H = N\, i \,/\, 2\pi\, r = h\, i, \qquad (2.14)$$

де h – число витків на одиницю довжини котушки.

Якщо діаметр витків тороїда набагато менший за r, то, вирізавши частину тороїда, дістанемо соленоїд, для якого також є правильна формула (2.14).

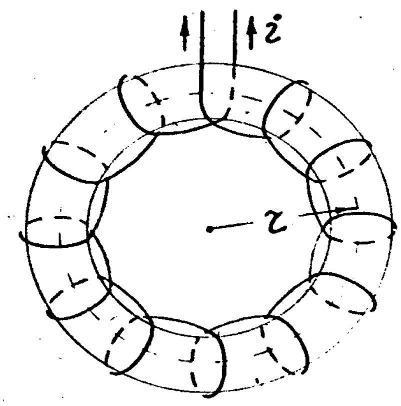


Рисунок 2.7 – Тороїдна котушка

2.3.2. Прямий довгий провід

Виберемо як замкнений контур, що охоплює проводом коло радіусом R з центром, що збігається з центром проводу. З (2.13) маємо

$$H = 2\pi n - R = i,$$

що збігається з (2.10). У даному випадку формула для магнітного поля зовні проводу виводиться набагато простіше, ніж у п. 2.2.

При визначенні H всередині проводу струм через переріз зручніше виразити через густину $i = j2\pi r^2$. Тоді для контура з радіусом r запишемо

$$H\,2\pi r = j\pi r^2,$$

звідки

$$H = jr/2 = ir/2\pi a^2, \qquad (2.15)$$

де a – радіус проводу.

Отже, зі збільшенням r всередині проводу H зростає, а поза проводом – зменшується.

2.4. Магнітний момент струму. Контур зі струмом в магнітному полі

Обчислимо напруженість магнітного поля колового витка зі струмом на відстані d від його центра (рис. 2.8).

Кожний елемент струму, наприклад 1, створює у точці А магнітне поле dH_1. Поля двох елементів, розташованих один напроти одного (1 і 2), додаються і утворюють поле dH, напрямлене уздовж осі, отже, саме туди напрямлене і результуюче поле H. Проекція

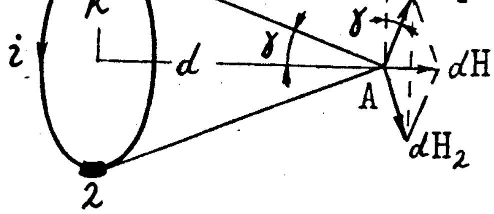


Рисунок 2.8 – Магнітне поле колового витка зі струмом

dH_1 на напрямок H визначається як

$$dH_1 = dH_2 \sin\gamma.$$

Оскільки $\sin\gamma = R/r$, то, використовуючи (4.9), при $\sin\beta = 1$ запишемо

$$dH_{1\alpha} = dH_1 \sin\gamma = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{idl}{r^2} \cdot \frac{R}{r} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{iR}{r^3} dl .$$

Загальне поле $H = \int dH_{1\alpha}$. Оскільки $\int dl = 2\pi R$, то

$$H = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{iR}{r^3} 2\pi R = \frac{i}{2\pi} \cdot \frac{\pi R^2}{r^3} = \frac{i}{2\pi} \cdot \frac{S}{r^3} = \frac{P_M}{2\pi r^3}, \qquad (24.16)$$

де S – площа, що охоплюється струмом.

Величина $P_м = i\,S$ називається ***магнітним моментом струму*** за аналогією з електричним моментом диполя. У векторному запису

$$\vec{P}_M = iS\vec{n}, \qquad (2.17)$$

де $\bar{n}$ – одиничний вектор, напрямлений уздовж нормалі до S.

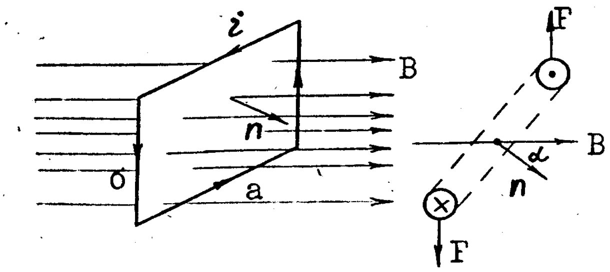


Рисунок 2.9 – Рамка зі струмом в магнітному полі: вид збоку *а*) і зверху *б*)

З (2.16) очевидно, що напруженість магнітного поля колового струму зменшується з відстанню пропорційно до 2^3, як і напруженість електричного поля диполя.

Якщо контур зі струмом розмістити у магнітному полі (рис. 2.9), то на його частині б діє сила, яка прагне поставити контур перпендикулярно до ліній В. Сили, які діють на частини а, лише розтягують або стискують контур. Це є правильно для контура будь-якої форми. Оскільки магнітне поле контура, що визначається $P_м$, взаємодіє із зовнішнім полем B, то із загальних міркувань випливає, що діючий на контур момент пари сил $N = P_м\, B \sin\alpha$.

2.5. Робота в магнітному полі. Магнітний потік

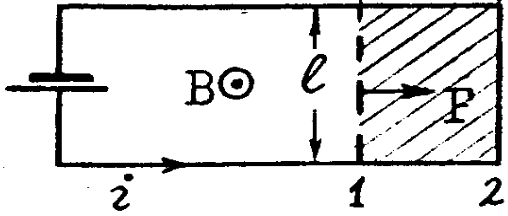


Рисунок 2.10 – Переміщення провідника зі струмом в магнітному полі

При переміщенні провідника зі струмом у магнітному полі здійснюється робота. Нехай відрізок 1 (рис. 2.10) переміщується із положення 1 в положення 2. Механічна робота, що здійснюється при цьому,

$$dA = Fdx = ilBdx = iBdS,$$

де F визначається за формулою (2.3), $dS = ldx$ – площина, перерізана провідником.

Якщо $\overline{B}$ не є перпендикулярна до ndS, то її завжди можна розкласти на дві складові: B_n – перпендикулярну і B_l –

паралельну *ndS*. Робота сили, зумовленої B_l, дорівнює нулю, оскільки ця сила є перпендикулярна до *dx*. Тому

$$dA = iB_n dS\ . \tag{2.18}$$

Величину

$$d\Phi = B_n dS = BdS\cos\alpha \tag{2.19}$$

називають ***магнітним потоком***, або потоком вектора магнітної індукції через площину *dS*, де α – кут поміж напрямком нормалі до площинки і $\overline{B}$. В однорідному полі потік через площинку *S* дорівнює $\Phi = B_n S$, а в неоднорідному – $\Phi = \int_S B_n dS$. Магнітний потік дорівнює повному числу ліній магнітної індукції, які проходять через дану поверхню. В системі СІ Φ вимірюється у веберах: 1 Вб = 1 Тл $\cdot$1м^2.

З використанням магнітного потоку формулу (2.18) запишемо у вигляді

$$dA = id\Phi, \tag{2.20}$$

тобто робота, здійснювана силами магнітного поля, є пропорційна збільшенню магнітного потоку через поверхню, обмежену контуром зі струмом. При кінцевому переміщенні провідника

$$A = i\,(\Phi_2 - \Phi_1), \tag{2.21}$$

де Φ_2 – потік у кінці переміщення, а Φ_1 – на початку.

2.6. Рух заряджених частинок в електричному і магнітному полях

2.6.1. Сила Лоренца

Оскільки рухомі заряджені частинки утворюють електричний струм, то в магнітному полі на них діє сила, яка визначається (2.2), (2.3). Як показано в п. 2.2 $il = quN$, звідки сила, яка діє на прямолінійно рухомий в магнітному полі потік з *N* частинок, дорівнює

$$\vec{F} = qN[\vec{u}\vec{B}], \tag{2.22}$$

а на одну частинку

$$\vec{F}_Л = q[\vec{u}\vec{B}]. \tag{2.23}$$

Ця сила називається ***силою Лоренца***, її напрямок визначається правилом лівої руки.

2.6.2. Ефект Холла

Розглянемо пластину з провідного матеріалу (рис. 4.11), струм через яку, зумовлений рухом позитивно заряджених частинок.

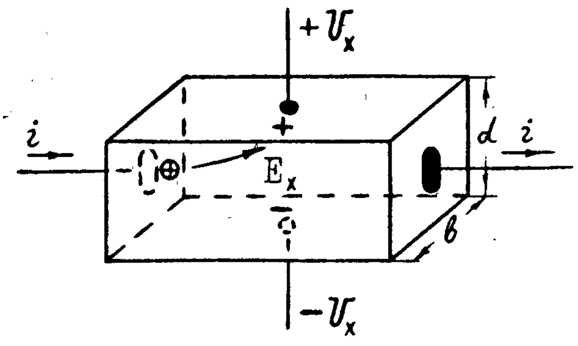


Рисунок 4.11 – Ефект Холла

Пластину розміщено у магнітному полі, напрямленому перпендикулярно до руху частинок. Сила Лоренца відхиляє заряди до верхньої грані (правило лівої руки), внаслідок чого їхня концентрація там збільшується, а в нижній грані зменшується. В результаті просторового розподілу зарядів E_X напрямлене від верхньої грані до нижньої. Це поле перешкоджає розподілу зарядів, і, як тільки утворювана ним сила дорівнюватиме силі Лоренца: $qE_X = uBd$, подальший розподіл зарядів припиняється. При такій рівновазі потік зарядів рухається через пластину не відхиляючись. Різниця потенціалів поміж верхньою і нижньою гранями пластини дорівнює

$$U_X = d\,E_X = uBd. \qquad (2.24)$$

Її можна виміряти, якщо підімкнути вольтметр до двох поперечно розташованих металевих зондів. Явище виникнення поперечної ЕРС у провіднику, розташованому в магнітному полі, називається ***ефектом Холл***а, а U_X – відповідно ***напругою Холла***. Підставимо в (2.25) значення швидкості, яка визначається за формулою для струму через пластину $i = jS = qunS = qundB$, маємо

$$U_x = \frac{1}{qn}\frac{iB}{b}, \qquad (2.25)$$

де n – концентрація рухомих зарядів.

Якщо струм через пластину переноситься негативними зарядами, наприклад електронами, то при тому самому напрямку і та B сила Лоренца відхиляє електрони до верхньої грані. Це зумовлено тим, що, хоча швидкість електронів і є протилежна швидкості руху позитивних зарядів (яка збігається з напрямком струму), знак заряду в (2.23) також є протилежний. Знак ЕРС Холла у провіднику з негативними носіями заряду є протилежний знаку ЕРС у провіднику з позитивними носіями заряду. Тому ефект Холла використовується на практиці для визначення знаку носіїв заряду, а також їхньої концентрації (2.25), особливо у напівпровідниках. При постійному струмі через пластину величина U_X визначається лише індукцією магнітного поля. Тому датчики ЕРС Холла широко застосовуються для вимірювання магнітної індукції. Вони виготовляються з напівпровідників, де n – мале, а, отже, значення U_X велике.

2.6.3. Рух заряджених частинок в електричному полі

На електрон, який рухається зі швидкістю v перпендикулярно до напрямку однорідного електричного поля (рис. 2.12), діє відхилююча сила $F = qE = ma$, звідки $a = qE / m$. Під дією цієї сили електрон на виході конденсатора відхиляється від осі на відстань $d = at^2 / 2$. Оскільки час прольоту через конденсатор $t = l / v$, то

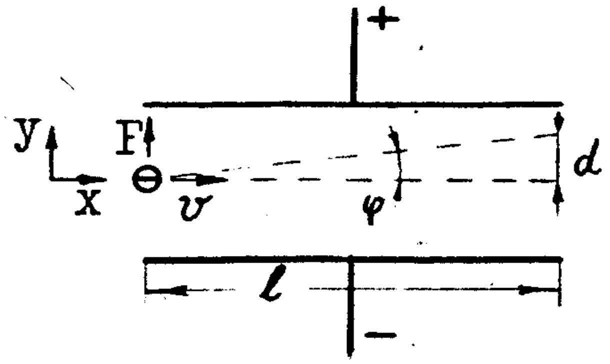


Рисунок 2.12 – Рух електрона в електричному полі конденсатора

$$d = \frac{qE}{2m} \cdot \frac{l^2}{v^2}. \qquad (2.26)$$

Ця формула є правильна для будь-яких значень l і d, отже, її можна записати і як

$$y = \frac{qE}{2m} \cdot \frac{x^2}{v^2}.$$

Тоді тангенс кута відхилення

$$tg\varphi = \frac{dy}{dx} = \frac{qE}{mv^2} x. \qquad (2.27)$$

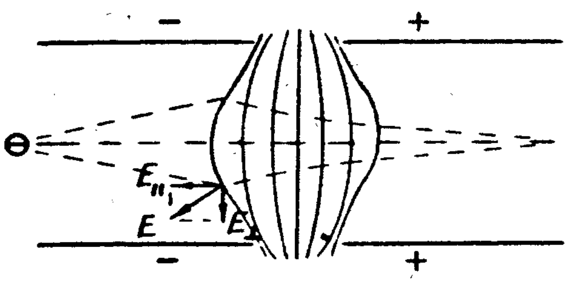


Рисунок 2.13 – Електростатична лінза

Відхиляюча система у вигляді двох паралельних пластин використовується в електронно-променевих трубках. Неоднорідне електричне поле може бути використане для фокусування заряджених частинок. Розглянемо два металевих циліндри (рис. 2.13), поміж якими існує різниця потенціалів. Еквіпотенціальні поверхні у проміжку поміж ними вгнуті всередину циліндрів. Нехай у негативний циліндр входить розбіжний потік електронів. При підході до проміжку на нижню частину потоку діє електричне поле $\overline{E}$, напрямлене перпендикулярно до еквіпотенціальної поверхні. Вектор $\overline{E}$ можна розкласти на дві складові: $\overline{E}_{11}$ – паралельну до осі та $\overline{E}_{\perp}$ – перпендикулярну до осі. Складова $\overline{E}_{11}$ прискорює електрони при пролітанні крізь проміжок, складова $\overline{E}_{\perp}$ – відхиляє їх до осі циліндра (електрони негативні і прямують назустріч напрямку $\overline{E}$). Таким чином, проходячи ліву частину проміжку (відносно його середини), електрони відхиляються до осі циліндра, тобто фокусується вузький пучок. У правій частині проміжку еквіпотенціальні поверхні вигнуті у зворотний бік – відбувається розфокусування. Але, оскільки ліву частину електрони проходять повільніше, ніж праву (електрони прискорюються у проміжку), має перевагу ефект фокусування.

Така система використовується як електростатична лінза.

2.6.4. Рух заряджених частинок в магнітному полі

На частинку, яка потрапила в однорідне поле, напрямлене перпендикулярно до швидкості (рис. 2.14), діє сила $F_Л = qvB$, яка завжди напрямлена також перпендикулярно до v (2.23). Ця сила не здійснює роботу і є доцентровою силою. Отже, частинка рухається по колу, радіус якого визначається із співвідношення

$$F_Ц = m v^2 \ / \ r = q \ v \ B = F$$

$$r = \frac{mv}{qB}. \tag{2.28}$$

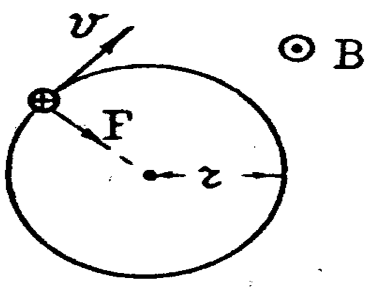


Рисунок 2.14 – Рух зарядженої частинки в однорідному магнітному полі ($v \perp B$)

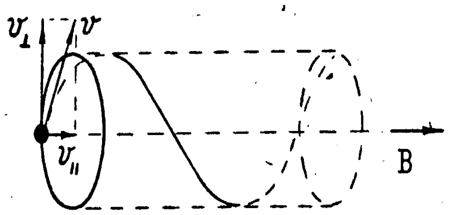


Рисунок 2.15 – Рух зарядженої частинки, напрямленої під кутом до B

Якщо для розгону частинки було використане електричне поле, то швидкість легко визначити із співвідношення

$$\frac{mv^2}{2} = qV.$$

Період обертання

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{q} \cdot \frac{1}{B} \tag{2.29}$$

не залежить від швидкості частинки, а визначається лише індукцією магнітного поля. Частота $\omega_c = 2\pi \ / \ T = qB \ / \ m$ називається ***циклічною частотою***.

Якщо частинка рухається під кутом до B, то її швидкість v можна розкласти на дві складові $v_\perp$ та v_{11}. Рух зі швидкістю $v_\perp$, як показано вище, є рухом по колу (рис. 2.15).

На складову v_{11} сила Лоренца не діє, а частинка просто переноситься уздовж напрямку B. Результуючий рух є спіраль з кроком гвинта

$$h = v_{11} T. \tag{2.30}$$

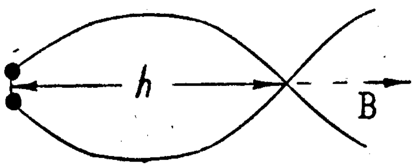


Рисунок 2.16 – Магнітне фокусування

Цікаво відзначити, що якщо дві частинки влітають в магнітне поле під однаковим кутом, але в різні боки відносно напрямку B (рис. 2.16), то через кожний крок h вони будуть зустрічатися на осі. Цей метод застосовується для магнітного фокусування частинок.

2.7. Електромагнітна індукція. Закон Ленца

Як показано в попередніх параграфах, електричні струми завжди утворюють навколо себе магнітне поле. Фарадей відкрив і зворотне явище, яке полягає в тому, що магнітне поле може викликати появу електричного струму. Воно дістало назву ***електромагнітної індукції***.

Розглянемо дві розташовані поряд дротові котушки, одна з яких підімкнена до гальванометра, а друга – до джерела струму (рис. 2.17).

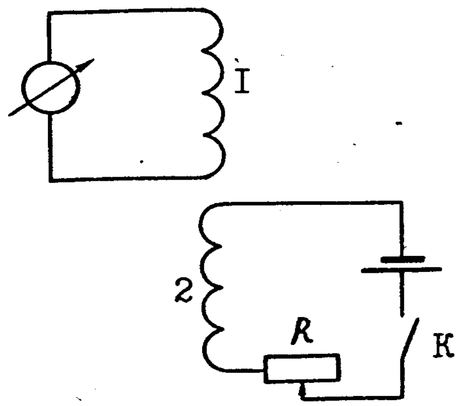


Рисунок 2.17 – До пояснення електромагнітної індукції

Дослід показує, що при будь-якому вимірюванні струму в котушці 2 (ввімкнення, вимкнення, зміна *R*) у котушці 1 виникає індукційний струм. Він також виникає і при переміщенні котушок одна відносно одної або при всуванні стрижня в котушку 2 і висуванні з неї. Однаковим у цих випадках є те, що змінюється магнітне поле, яке утворюється котушкою 2, в області котрого розташована котушка 1.

Аналогічну зміну магнітного поля в котушці 1 можна утворити простіше: всуваючи в неї або висуваючи з неї постійний магніт, що також призводить до виникнення в ній індукційного струму. Отже, індукційний струм виникає в будь-якому контурі, якщо змінюється число ліній індукції, що перетинають контур, тобто змінюється магнітний потік через нього.

Напрямок індукційного струму визначається за законом Ленца. Індуктивний струм напрямлений таким чином, що його дія є протилежна до дії причин, які викликали цей струм. Це означає, наприклад, що при зменшенні зовнішнього магнітного потоку через нерухомий контур у ньому виникає індукційний струм, напрямлений таким чином, що його магнітне поле підсилює цей потік, тобто напрямок зовнішнього магнітного поля і магнітного поля індукційного струму збігаються. Навпаки, при збільшенні зовнішнього потоку через контур напрямок магнітного поля індукційного струму протилежний до зовнішнього поля.

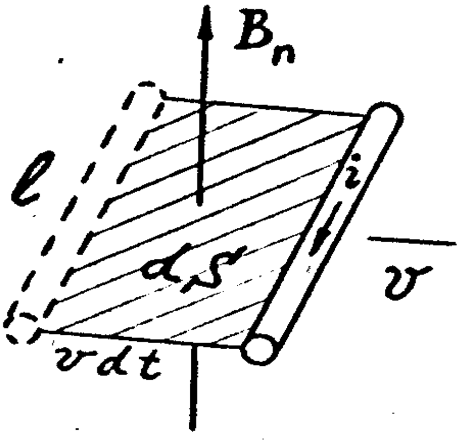


Рисунок 2.18 – Рух провідника в магнітному полі

Індукційні струми в замкненому контурі виникають внаслідок появи в ньому ЕРС індукції. Аналізуючи результати дослідів, Максвелл встановив, що її величина

$$\varepsilon = -d\Phi / dt, \qquad (2.31)$$

тобто ε є пропорційна швидкості зміни

магнітного потоку Φ через контур. Знак "мінус" в (2.31) відповідає закону Ленца. Ця формула ***називається основним законом електромагнітної індукції***. Оскільки, наприклад, в однорідному полі (див. п. 2.5) $\Phi = B_{11}S$, то зміна Φ може відбуватися або через зміну величини індукції магнітного поля B або через зміну проекції B_n на нормаль до поверхні контура, що відбувається при його русі.

Розглянемо прямолінійний провідник довжиною l, який рухається паралельно собі зі швидкістю v у магнітному полі (рис. 2.18). Він може входити до складу контура, решта частин якого є нерухомі. За час dt площа контура збільшиться на $dS = lvdt$. Відповідно до (2.19), $d\Phi = B_n\, l\, dt$, звідки (2.32) можна записати у вигляді

$$\varepsilon = B_n l v. \tag{2.32}$$

У зв'язку з тим, що Φ у даному випадку збільшується, то, за законом Ленца, індукційний струм напрямлений так, що його магнітне поле напрямлене проти B_n.

Формулу (2.32) можна використовувати для визначення ЕРС індукції на кінцях провідника, який рухається в магнітному полі Землі. Значення горизонтальної складової B_n у середніх широтах $0{,}2\cdot10^{-4}$ Тл (напрямлена з півдня на північ). Під час руху, наприклад автомобіля, із заходу на схід (або навпаки) зі швидкістю $v = 60$ км/г на кінцях його антени довжиною 1…2 м виникає ЕРС $\varepsilon = 1$ нВ. Відповідна ЕРС поміж кінцями крил літака може бути в сотні разів більша.

Якщо замкнений провідний контур пронизується магнітним потоком Φ, який потім зменшується до нуля, за допомогою (2.31) можна визначити повний заряд q, що проходить через коло. Миттєве значення струму

$$i = \varepsilon / r = -(I/r)\,(d\Phi/dt),$$

де r – опір контура. Заряд, що пройшов,

$$q = \int i dt = -\frac{1}{r}\int_{\Phi}^{0} d\Phi = \frac{\Phi}{r}. \tag{2.33}$$

Це співвідношення так само, як і (2.31), відбиває закон електромагнітної індукції, який було визначено Фарадеєм дослідним шляхом. Слід відзначити, що, якщо замкнений контур переміщується в однорідному магнітному полі паралельно до його ліній індукції, то Φ при цьому не змінюється і індукційні струми не виникають. В такому разі струми можуть виникнути лише при повороті контура відносно ліній коли, відбувається зміна B_n.

2.8. Самоіндукція. Індуктивність

Індукційні струми виникають за будь-яких змін магнітного потоку, який пронизує контур, у тому числі й потоку, утворюваного струмом, що протікає у самому контурі. Тому за будь-якої зміни сили струму в контурі в ньому виникають додаткові індукційні струми, які називають ***екстраструмами самоіндукції*** (саме це явище називають ***самоіндукцією***).

Схема для спостереження екстраструмів показана на рис. 2.19.

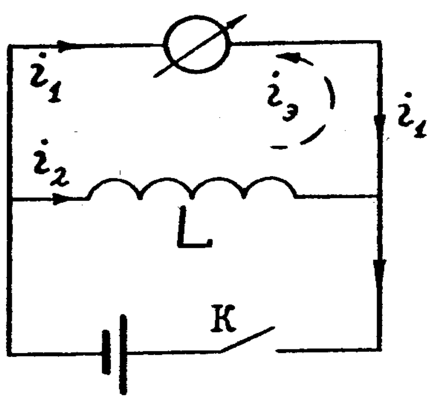


Рисунок 2.19 – До пояснення самоіндукції

При замкненому ключі *К* через гальванометр і котушку *L* протікають струми i_1 та i_2. Якщо розімкнути ключ, то магнітний потік *Ф* через котушку буде зменшуватись до нуля, тому в ній виникає екстраструм розімкнення i_e, напрямлений у той самий бік, що й i_2, бо згідно із законом Ленца, він має перешкоджати зменшенню *Ф*, тобто магнітне поле, створюване екстраструмом i_e, має бути напрямлене в той самий бік, що й поле, утворюване первинним струмом i_2. Оскільки екстраструм i_e проходить цілком через гальванометр, то при вимкненні *К* початковий струм i_1 через нього змінюється зустрічним струмом i_e, отже, стрілка гальванометра відхиляється у протилежний бік.

При ввімкненні *К* в котушку виникає екстраструм замикання, який перешкоджає зростанню *Ф*, а отже, напрямлений назустріч струму i_2. Однак його напрямок у колі гальванометра збігається зі струмом i_2, і в такому разі електрострум є менш помітний.

Визначимо ЕРС індукції. Через те що магнітна індукція у котушці є пропорційна силі струму в ній (2.7), (2.14), а магнітний потік *Ф* через котушку є пропорційний *B* (2.19), можна записати

$$Ф = L\,i, \qquad (2.34)$$

де коефіцієнт пропорційності *L* називається ***індуктивністю***. В системі СІ одиницею індуктивності *L* слугує генрі (Гн): індуктивність такого контура, в якому струм в 1А утворює магнітний потік 1 Вб (1 Гн = 1 Вб/1 А).

Підставимо (2.34) у (2.31) і маємо, що ЕРС самоіндукції (для контура з *L*, що не залежить від струму)

$$\varepsilon = -L\frac{di}{dt}, \qquad (2.35)$$

тобто ε є пропорційна швидкості зміни струму.

Для обчислення індуктивності будь-якого контура необхідно знайти залежність $Ф = f(i)$, а *L* визначається за (2.34) як коефіцієнт пропорційності. Наприклад, магнітний потік через один виток соленоїда (2.7), (2.14), (2.19) дорівнює

$$Ф_1 = BS = \mu_0 HS = \mu_0 (N / l) iS.$$

Повний потік через усі *N* витків

$$Ф = Ф_1 N = \mu_0 (N^2 / l) Si. \qquad (2.36)$$

Із порівняння з (2.34) видно, що для соленоїда (без урахування спотворень поля на його кінцях)

$$L = \mu_0 (N^2 / l) S. \qquad (2.37)$$

Аналогічно можна визначити індуктивність двопроводової лінії

$$L = \frac{\mu_0}{\pi}\left(1/2 + \ln\frac{d}{a}\right)l, \tag{2.38}$$

де a – радіус проводу, d – відстань поміж центрами проводів, l – їхня довжина.

Дослід показує, що індуктивність, наприклад соленоїда, залежить від властивостей середовища, в якому він перебуває. Оскільки практично все магнітне поле зосереджено всередині соленоїда, то L залежить лише від середовища всередині його. Так, всуваючи в соленоїд залізне осердя, можна впевнитися, що екстраструми (а отже, і L) збільшуються в багато разів. Магнітні властивості середовища характеризуються магнітною проникністю речовини, визначуваною як

$$\mu = L/L_0, \tag{2.39}$$

де L_0 – індуктивність контура у вакуумі, L – в даній однорідній речовині.

Зі зростанням L збільшується магнітний потік (2.34), який пронизує контур, а отже, і магнітна індукція в кожній точці поля. Тому формула (2.7) для середовища з магнітною проникністю μ перетворюється на

$$B = \mu\mu_0 H. \tag{2.40}$$

2.9. Вмикання й вимикання *RL* та *RC* кіл

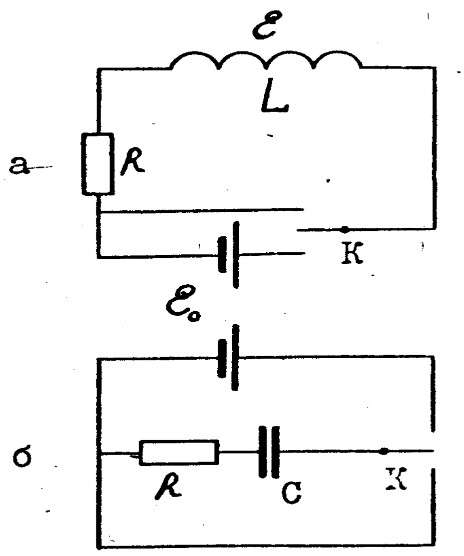


Рисунок 2.20 – Вмикання й вимикання *RL* *а*) та *RC* *б*) кіл

Через те що екстраструми самоіндукції перешкоджають будь-яким змінам струму, при ввімкненні джерела струму їхній напрямок є протилежний до напряму струму, утворюваного джерелом, а при вимкненні – збігається з ним. Це призводить до уповільнення процесів встановлення і зникнення струму. Розглянемо ці процеси на прикладі вмикання й вимикання *RL* кола (рис. 2.20,а).

Якщо ключ *К* перебуває у нижньому положенні, то в колі встановлюється струм $i_0 = \varepsilon_0/R_П$. При перемкненні *К* у верхнє положення джерело відімкнеться і струм почне спадати до нуля. Якщо струм змінюється набагато повільніше, ніж встановлюється електрична рівновага у колі, то миттєві значення струмів і напруг підпорядковуються всім законам постійного струму. Такі струми називаються ***квазістаціонарними***. До них належать змінні струми практично всіх частот, навіть надвисокого діапазону частот (десятки ГГц). Для миттєвого значення зменшуваного струму в момент часу t, якщо використати друге правило Кірхгофа, можна записати

$$Ri = \varepsilon = -Ldi / dt,$$

де ε – ЕРС самоіндукції. Поділивши змінні і позначивши $\tau_L = L/R$, матимемо

$$d/i = -dt/\tau_L \,. \qquad (2.41)$$

Інтегрування дає

$$i = A\exp(-t/\tau_L)\,.$$

Вважаючи, що початковий момент часу $t = 0$ після вимкнення $i = i_0$, визначаємо сталу інтегрування $A = i_0$. Отже, закон спадання струму після вимкнення джерела має вигляд

$$i = i_0\exp(-t / \tau). \qquad (2.42)$$

Як випливає з (2.42), стала часу τ є час, за який струм зменшується в e = 2,7 разу.

При перемиканні K в нижнє положення джерело вмикається – і починається процес встановлення струму. В такому разі (так само за другим правилом Кірхгофа)

$$R_{ni} = \varepsilon - \varepsilon_0 = \varepsilon_0 - L(di/dt),$$

де $R_n = R + r$ є повний опір кола, в який входить і опір r джерела струму.

Впровадивши нову змінну $U = Ir - \varepsilon$ дістанемо рівняння, аналогічне попередньому (2.41):

$$dU/U = -dt/\tau_L \qquad (2.43)$$

з таким самим розв'язанням

$$U = A\exp(-t/\tau_L). \qquad (2.44)$$

З початкової умови в момент ввімкнення (t = 0, i = 0, $U = -\varepsilon_0$) маємо $A = -\varepsilon_0$.

Тоді

$$U = iR_n - \varepsilon_0 \exp(-t/\tau_L),$$

звідки

$$i = i_0[1 - \exp(-t/\tau_L)], \qquad (2.45)$$

де $i_0 = \varepsilon_0/R_n$.

Таким чином, сила струму при ввімкненні джерела зростає від нуля (t = 0) до $i_0 (t \to \infty)$. Швидкість встановлення струму визначається тією самою сталою $\tau_L = L/R_n$, але в такому разі її величина зменшується.

Аналогічні процеси відбуваються при заряджанні та розряджанні конденсатора через опір R (рис. 2.20,б). При перемиканні ключа K у верхнє положення конденсатор C розпочне заряджатись. Використовуючи друге правило Кірхгофа для контура $\varepsilon_0 CR$, запишемо

$$R_n i + V = \varepsilon_0, \qquad (2.46)$$

де $i = dq / dt$ – миттєве значення струму, $V = q/C$ – миттєве значення напруги на конденсаторі, $R_n = R + r$ – повний опір кола.

Підставимо в цю формулу значення $i = C\,(dV/dt)$, тоді

$$(dV/dt)+(V/R_nC)-(\varepsilon_0/R_nC)=0.$$

Впровадивши нову змінну $U = V - \varepsilon_0$ і позначивши $\tau_c = R_nC$, дістанемо рівняння

$$dU/U = -dt/\tau_L\ ,$$

аналогічне (2.43), яке має такий самий розв'язок (2.44). Стала A визначається з початкових умов: t = 0, V = 0, $U = \varepsilon_0$, звідки $A = -\varepsilon_0$. Повертаючись до змінної V, дістанемо, що напруга на конденсаторі після ввімкнення джерела зростає від нуля (t = 0) до $\varepsilon_0(t\to\infty)$ за законом

$$V = \varepsilon_0[1-\exp(-t/\tau_c)]. \tag{2.47}$$

З (2.46) і (2.47) випливає, що сила струму, навпаки, має найбільше значення в початковий момент часу і прямує до нуля в процесі заряджання:

$$i = (-V+\varepsilon_0)/R_n = (\varepsilon_0/Rn)\exp(-t/\tau_c). \tag{2.48}$$

При перемкненні ключа K в нижнє положення (див. рис. 2.20,б) конденсатор розпочне розряджатися. З вихідних рівнянь для цього випадку $Ri = V$, $V = q\,/\,c$, $i = -dq/dt$ (струм тече у зворотний бік порівняно з попереднім випадком) маємо аналогічне (2.43) та (2.44) рівняння і його розв'язок:

$$dU/U + dt/\tau_L = 0,\ V = A\exp(-t/\tau_L).$$

В момент (t = 0) початку розряджання $V = \varepsilon_0$, звідки $A = \varepsilon_0$. Отже, при розряджанні конденсатора через опір R напруга на ньому зменшується з часом за законом

$$V = \varepsilon_0\exp(-t/\tau_L). \tag{2.49}$$

Оскільки $R_П > R$, то процес розряджання перебігає швидше, ніж процес заряджання.

2.10. Енергія магнітного поля струму. Взаємна енергія двох струмів

Визначимо роботу, здійснювану екстраструмами самоіндукції, наприклад при вимиканні струму. Робота, здійснювана за час dt, визначається як

$$dW = \varepsilon\, i\, dt = L\, i\, di,$$

де ε визначається (2.35).

Оскільки струм зменшується від значення і до нуля, то повна робота

$$W = -\int_1^0 Lidi = L\,i^2/2. \tag{2.50}$$

Згідно із законом збереження енергії, ця енергія запасається в контурі L при ввімкненні джерела струму (витрачається на встановлення струму) і вивільнюється при його вимкненні. Формулу (2.50) можна записати в іншому вигляді, якщо підставити в неї L конкретного контура. Так, для тороїда або соленоїда (2.37), (24.39)

$$L = \mu\mu_0(N^2/l^2)V,$$

де $V = Sl$ – його об’єм.

Тому

$$W = \mu\mu_0\left(N^2 i^2 / 2l^2\right)V = \mu\mu_0\left(H_0^2 / 2\right)V = \omega V, \qquad (2.51)$$

де $H = Ni / l$, а $\omega = \mu\mu_0\left(H^2 / 2\right)$ – об’ємна густина енергії.

Як зазначалося раніше, енергія зарядженого конденсатора також пропорційна об’єму поміж його обкладками, зайнятому електричним полем:

$$W = CU^2 / 2 = V\omega.$$

Таким чином, енергія електричного і магнітного полів є пропорційна об’єму V, зайнятому полем, отже, в цьому об’ємі вона й зосереджена. Енергія конденсатора визначається статичним розподілом нерухомих зарядів і відповідає потенційній енергії у механіці. Енергія контура зі струмом визначається силою струму (2.50), тобто залежить від швидкості руху зарядів, тому вона відповідає кінетичній енергії.

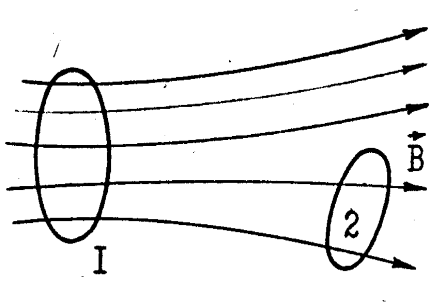


Рисунок 2.21 – Магнітний зв’язок двох контурів

Поміж різними контурами існує магнітний зв’язок. Він полягає в тому, що частина ліній індукції магнітного поля, утворюваного одним контуром, буде проходити через інші контури і навпаки. Якщо, наприклад, у контурі 1 (рис. 2.21) протікає струм i_1, то утворений ним магнітний потік Φ_1 буде пропорційним i_1 (2.34). Частина цього потоку Φ_{12} проходить через контур 2, отже, можна записати

$$\Phi_{12} = L_{12} i,$$

де коефіцієнт пропорційності L_{12} називається ***взаємною індуктивністю контурів*** 1 і 2.

При зміні струму i_1 змінюється і магнітний потік Φ_{12} через контур 2, що призводить до виникнення в ньому ЕРС індукції (2.35)

$$\varepsilon_2 = -d\Phi_{12} / dt = -L_{12}\left(di / dt\right).$$

Навпаки, якщо в контурі 2 тече струм i_2,то частина утвореного ним магнітного потоку проходить через контур 1:

$$\Phi_{21} = L_{21} i_2.$$

Зміна струму i_2 також призводить до зміни Φ_{12} та виникнення в контурі 1 ЕРС індукції

$$\varepsilon_1 = -d\Phi_{21} / dt = -L_{21} di_2 / dt.$$

Так само, як і L, взаємна індуктивність залежить від форми і розмірів контурів, а також від їхнього взаєморозташування. Взаємні індуктивності двох контурів при їхньому незмінному взаєморозташуванні завжди дорівнюють одна одній: $L_{21} = L_{12}$. Вони обчислюються аналогічно до L, тобто визначається залежність $\Phi_{12} = f(i_1)$, а L_{12} є коефіцієнтом пропорційності поміж ними (див. п. 1.8).

Енергію магнітного поля двох контурів зі струмом, наприклад тороїдних котушок, намотаних на один каркас (у вакуумі), визначимо за формулою (2.51), де $H = H_1 \pm H_2$ – напруженість сумарного поля:

$$W = \mu_0 \frac{H^2 V}{2} = \mu_0 \frac{V}{2}(H_1^2 \pm 2H_1 H_2 + H_2^2) = \\ = \mu_0 \frac{H_1^2 V}{2} + \mu_0 \frac{H_2^2 V}{2} \pm \mu_0 H_1 H_2 V = W_1 + W_2 \pm W_{12}. \qquad (2.52)$$

Згідно з (2.51), два перші доданки – це енергія магнітного поля струму контура 1 і контура 2. Останній доданок можна назвати взаємною енергією двох струмів. Оскільки для тороїда

$$H_1 = N_1 i_1 / l \text{ і } H_2 = N_2 i_2 / l,$$

то

$$W_{12} = \mu_0 H_1 H_2 V = \mu_0 N_1 i_1 N_2 i_2 V / l^2 .$$

Оскільки $W_{12} \sim i_1 i_2$, то, за аналогією з W (2.50), запишемо

$$W_{12} = L_{12} i_1 i_2 .$$

Звідси

$$L_{12} = \mu_0 \left(N_1 N_2 / l^2\right) V = \mu_0 \left(N_1 N_2 / l\right) S .$$

Відповідно, формулу (2.52) можна також подати у вигляді

$$W = \left(L_1 i_1^2 / 2\right) + \left(L_2 i_2^2 / 2\right) \pm L_{12} i_1 i_2 . \qquad (2.53)$$

Фізичний зміст взаємної енергії складається з того, що при збудженні струму в одному контурі його змінюваний магнітний потік утворює індукційний струм у пов'язаному з ним контурі, на що витрачається додаткова енергія.

2.11. Магнітне поле в речовині

Різні речовини в магнітному полі намагнічуються, тобто самі стають джерелами магнітного поля. Такі речовини називаються ***магнетиками***. Причиною намагнічування є найдрібніші молекулярні струми в речовині. Так, атом складається з ядра та електронів, що рухаються по орбітах навколо нього, які й утворюють ці струми. Магнітні дії замкнених струмів характеризуються їхнім магнітним моментом $P_{12} = i\,S\,n$ (2.17). Якщо магнетик не є намагнічений, то молекулярні струми (а отже, і їхній $P_м$) напрямлені в ньому безладно і їхня сумарна дія дорівнює нулю. У зовнішньому магнітному полі магнітні моменти молекулярних струмів частково або повністю орієнтуються за напрямком зовнішнього поля (рис. 2.22). Тому магнетик набуває магнітного моменту, який дорівнює векторній сумі $P_м$.

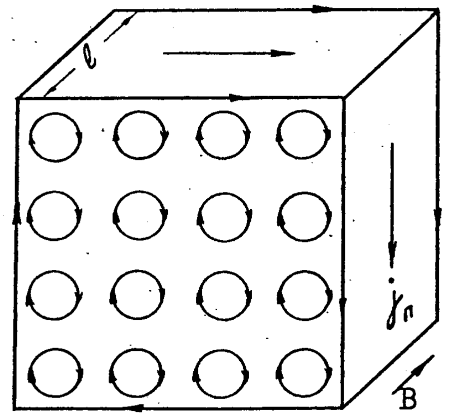


Рисунок 2.22 – Молекулярні струми у магнетику

Магнітний стан речовини прийнято характеризувати магнітним моментом одиниці об’єму речовини

$$\bar{J} = \sum \bar{P}_M / V, \qquad (2.54)$$

який називається ***намагніченістю***. Тут V – фізично малий об’єм. На відміну від математично малого об’єму, він повинен бути мікроскопічно великим (містити велику кількість молекул), але малим макроскопічно, тобто на протязі його розмірів поле є практично постійне. При однорідному намагнічуванні вектор I є однаковий в усіх точках магнетика. Поряд розташовані молекулярні струми напрямлені назустріч і компенсують один одного. Залишаються лише струми, притичні до поверхні. Дія цих струмів є еквівалентна дії поверхневого струму, який обтікає намагнічений магнетик. Магнітний момент цього струму

$$i_П S = j_П l S = j_П V,$$

де S – площа перерізу магнетика, l – його довжина, V – об’єм, $j_П = i_П / l$ – лінійна густина поверхневого струму.

З іншого боку, з (2.54) той самий момент при однорідному намагнічуванні дорівнює IV. Прирівнявши ці вирази, маємо

$$I = j_П,$$

тобто намагніченість дорівнює лінійній густині поверхневого струму магнетика.

Визначимо напруженість магнітного поля всередині нескінченного магнетика, поміщеного в магнітне поле H_0, наприклад всередину соленоїда. Для цього необхідно визначити H в порожнині всередині магнетика (рис. 2.23,а). Це поле складається з H_0 поля $H_П$, утворюваного поверхневими струмами $i_П$, і поля $H_В$, утворюваного струмами на внутрішній поверхні $i_В$ (рис. 2.23,б):

$$H = H_0 + H_П + H_В.$$

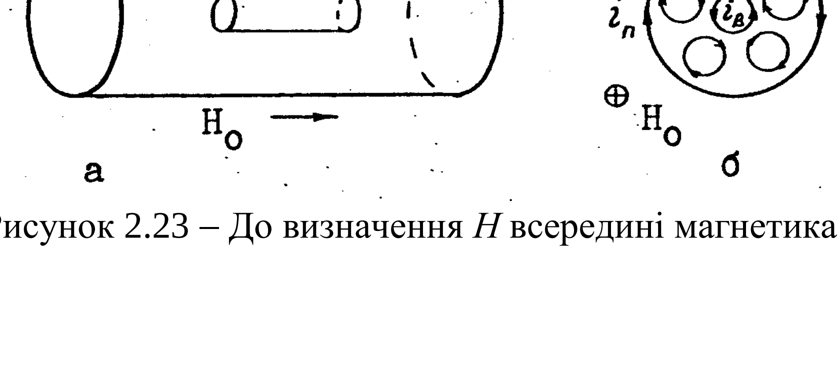


Рисунок 2.23 – До визначення H всередині магнетика

Поверхневі струми $i_П$ по відношенню до внутрішньої порожнини є еквівалентні струмові у витках соленоїда, тому (див. (2.14))

$$H_П = ni = Ni/l = i_П/l = j_П .$$

Аналогічно, $H_В = j_В$. Через те що струми $i_П$ та $i_В$ рівні й протилежні за напрямком, то

$$H_П = -H_В, \text{ а } H = H_0. \qquad (2.55)$$

Отже, напруженість магнітного поля всередині нескінченного магнетика, поміщеного у зовнішнє магнітне поле, дорівнює напруженості цього зовнішнього магнітного поля.

Величина магнітної індукції визначає силу, що діє на елемент струму в магнітному полі (див. п. 2.1). Якщо помістити такий елемент в магнетик, що знаходиться в однорідному зовнішньому магнітному полі, наприклад всередині соленоїда, на нього будуть діяти дві сили, зумовлені зовнішнім полем і полем магнетика, який намагнітився. Тому вектор В у магнетику буде складатися з вектора $B_0 = \mu_o H$ зовнішнього поля, утворюваного струмом у котушці, та вектора $B_M = \mu_0 H_M$ власного поля магнетика, яке утворюється його поверхневими струмами. Оскільки $H_П = j_П = J$, то

$$\boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{H} + \mu_0 \boldsymbol{J} = \mu_0 (\boldsymbol{H} + \boldsymbol{J}). \qquad (2.56)$$

В ізотропних магнетиках намагніченість пропорційна величині магнітного поля: $J = \chi H$, де коефіцієнт пропорційності χ називається ***магнітною сприйнятливістю*** даного магнетика. Підставивши цей вираз в (2.56) і порівнюючи з (2.40), дістанемо

$$B = \mu_0 (1+\chi) H = \mu\mu_0 H, \qquad (2.57)$$

де $\mu = 1+\chi$ показує, у скільки разів B в магнетику більше за індуктивність зовнішнього магнітного поля. Відповідно сила. що діє на провідник зі струмом у магнетику, також у μ разів більша, ніж у вакуумі.

Розглянемо, як заломлюються лінії індукції магнітного поля на межі розділу двох середовищ 1 і 2 з різними магнітними проникностями μ_1 та μ_2 (рис. 2.24). Виріжемо прямокутний паралелепіпед з основою S, одна половина якого міститься в середовищі 1, а друга – в середовищі 2. Потоки магнітної індукції, утворювані нормальними складовими В через нижню і верхню грані, дорівнюють $\Phi_1 = B_{П1} S$ та $\Phi_2 = B_{П2} S$ (рис. 2.24,а). Вважаємо висоту паралелепіпеда за нескінченно малу і потоки через бічні грані дорівнюють нулю.

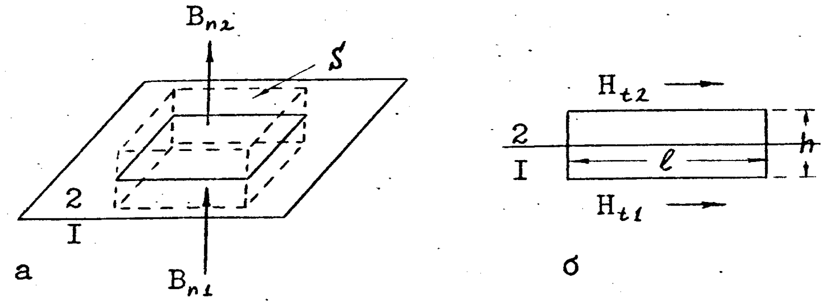


Рисунок 2.24 – До виведення межових умов для магнітного поля

У розділі “Електрика” сформульовано теорему Остроградського-Гаусса для електричного поля: потік вектора електричного зміщення через замкнену поверхню дорівнює алгебраїчній сумі всіх зарядів, розташованих всередині поверхні. Лінії магнітної індукції також безперервні, як і лінії електричного зміщення у просторі, де немає зарядів. Отже, для будь-якої замкненої поверхні число ліній індукції, які входять в неї, дорівнює числу ліній, які виходять, оскільки магнітних зарядів у природі не існує. Виходячи з цього, формулюється теорема Остроградського-Гаусса для магнітного поля: ***потік магнітної індукції через замкнену поверхню завжди дорівнює нулю***:

$$\Phi_S = \int_S B_n dS = 0. \tag{2.58}$$

Застосувавши цю формулу до рис. 2.24,а, запишемо $B_{n1}S - B_{n1}S = 0$, звідки

$$B_{n1}S = B_{n2}S, \tag{2.59}$$

тобто нормальна складова магнітної індукції не змінюється (є безперервна). Оскільки $B_{n1} = \mu_1\mu_0 H_1$ і $B_{n2} = \mu_2\mu_0 H_2$, то

$$H_{П1}/H_{П2} = \mu_2/\mu_1,$$

а отже, H в різних середовищах відрізняються одна від одної.

Для визначення заломлення дотичних B і H виокремимо біля межі розділу прямокутний контур з нескінченно малою висотою h (рис. 2.24,б), одна половина якого міститься в середовищі 1, а друга − в середовищі 2. Магнітна напруга уздовж розглядуваного контура, визначувана як $V_м = lH_{t2} - lH_{t1}$, згідно з (2.13), дорівнює силі струму, що охоплює контур. Але оскільки $h \to 0$, то і площа контура наближається до нуля, а отже, наближається до нуля і сила струму через цю площу, тобто $V_M \to 0$. Тому

$$H_{t2} = H_{t1}. \tag{2.60}$$

Отже, перетинаючи межу розділу двох середовищ, дотичні складові H не змінюються. Оскільки $B_{t1} = \mu_1\mu_0 H_1$ і $B_{t2} = \mu_2\mu_0 H_2$, то

$$B_{t1}/B_{t2} = \mu_2/\mu_1. \tag{2.61}$$

Таким чином, у середовищі з великою магнітною проникністю лінії індукції згущуються. Це положення ілюструє рис. 2.25.

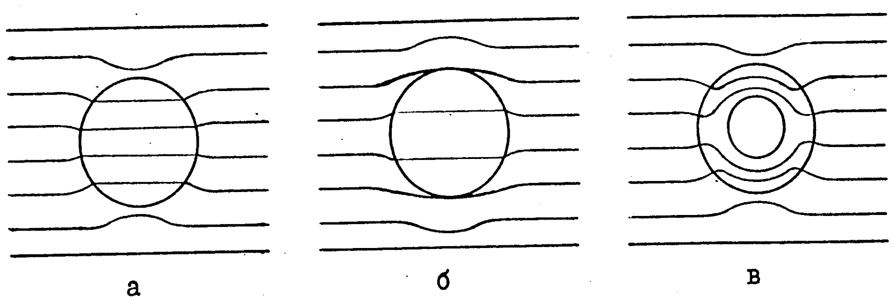


Рисунок 2.25 – Викривлення ліній магнітної індукції початково однорідного магнітного поля при розміщенні у ньому кулі з більшою μ *а*), меншою μ *б*) і циліндра з більшою μ *в*)

При розміщенні в магнітному полі порожнистого тіла, наприклад циліндра, з речовини з більшою магнітною проникністю, ніж оточуюче середовище, лінії індукції в тілі циліндра згущуються. Всередині порожнини, навпаки, густота ліній індукції зменшується, тобто магнітне поле послаблюється. Якщо порожнина заповнена повітрям, то магнітне поле в циліндрі з заліза послаблюється у сотні разів. Такий ефект використовується для створення магнітних екранів.

2.12. Магнітні властивості речовини

За своїми магнітними властивостями всі речовини поділяються на ***діамагнетики***, для яких магнітна сприйнятливість $\chi < 0$ (а отже $\mu = 1 + \chi < 1$), і ***парамагнетики***, для яких $\chi > 0$ ($\mu > 1$).

Речовина є ***діамагнетиком***, якщо її атоми та молекули не мають власного магнітного моменту, бо магнітні моменти всіх електронів за відсутності магнітного поля взаємно скомпенсовані. При внесенні такої речовини у магнітне поле в електронній оболонці атома відбувається зміна швидкості руху електронів по орбітах, що є еквівалентне до появи додаткових індукованих колових струмів. Ці струми утворюють у кожному атомі індукований магнітний момент, напрямлений, згідно з правилом Ленца, супротив зовнішнього магнітного поля H. Тому вектор намагніченості $\overline{I} = \chi\overline{H}$ є також напрямлений назустріч $\overline{H}$, тобто $\chi < 0$. Приклади діамагнетиків: золото, мідь, срібло, вода тощо.

Атоми ***парамагнетика*** мають за відсутності магнітного поля певні магнітні моменти, наприклад, внаслідок непарної кількості електронів. Однак через тепловий рух вони орієнтовані безладно і сумарний магнітний момент речовини дорівнює нулю. У зовнішньому магнітному полі магнітні моменти встановлюються паралельно до поля H, тому напрямок виникаючої намагніченості збігається з напрямком поля H, отже, $\chi > 0$. Оскільки діамагнетизм є притаманний усім речовинам, незалежно від наявності магнітного моменту у атомів за відсутності зовнішнього магнітного поля, то в парамагнетиках намагніченість, яка зумовлена орієнтацією магнітних моментів атомів, значно перебільшує діамагнітний ефект. При зростанні зовнішнього магнітного поля $\overline{H}$ намагніченість парамагнетика досягає насиченості, тобто всі елементарні магнітні моменти орієнтуються уздовж поля і подальше збільшення $\overline{H}$ не призводить до зростання намагніченості. Оскільки тепловий рух атомів послаблює їхнє орієнтування в магнітному полі, то зі збільшенням температури χ зменшується $\chi \sim 1/T$ і насиченість намагніченості проходить при великих $\overline{H}$. До парамагнетиків належать алюміній, платина тощо.

Широке застосування в електротехніці знайшли феромагнетики, які належать до парамагнетичних речовин, але мають дуже великі значення μ (залізо – 5000…15000, нікель – 300).

У феромагнетиків значення B власного магнітного поля в багато разів перебільшує величину B_0 зовнішнього поля, тоді як у діамагнетиків і парамагнетиків $B \ll B_0$. Висока намагніченість феромагнетиків зумовлена дуже сильним орієнтуванням власних магнітних моментів електронів (електронних спінів) в атомах. Це орієнтування виникає в окремих областях, називаних ***доменами***, незалежно від зовнішнього магнітного поля, тому домени намагнічені до насичення, відповідного до даної температури, вже без зовнішнього поля. Однак напрямки намагнічення в окремих доменах є різні і повний магнітний момент феромагнетика за відсутності зовнішнього поля дорівнює нулю. При ввімкненні зовнішнього магнітного поля зі зростанням $\overline{H}$ в слабких полях відбувається поворот вектора намагніченості тих доменів, у яких кут поміж цим вектором і $\overline{H}$ є великий, і їхнє злиття з доменами, у яких кут малий. По закінченні цього процесу увесь кристал стає намагніченим в одному напрямку. При подальшому збільшенні відбувається поворот сумарного вектора намагніченості до збігу з напрямком $\overline{H}$, після чого феромагнетик стає намагніченим до насиченості. Залежність індукції власного магнітного поля феромагнетика від напруженості зовнішнього поля показана на рис. 2.26.

Якщо повністю розмагнічене феромагнітне тіло помістити у зовнішнє магнітне поле, то при зростанні його напруженості H значення індукції власного магнітного поля B зростає, наближуючись до насиченості по кривій 0–2. Оскільки магнітна проникність $\mu = B / \mu_0 H$, то припинення зростання B при збільшенні H означає, що на ділянці насичення μ зменшується зі зростанням H. При зменшенні H до нуля (крива 2–3) тіло зберігає залишкову намагніченість (відрізок 0–3), феромагнетик у цьому стані є постійним магнітом. Для повного розмагнічення тіла слід помістити його в магнітне поле H_K (точка 4) зворотного напрямку.

Напруженість H_K називається ***затримуючою***, або ***коерцитивною силою феромагнетика*** і характеризує магнітні властивості речовини. При подальшому збільшенні зворотної напруженості тіло намагнічується по кривій 5–6 і т. д.

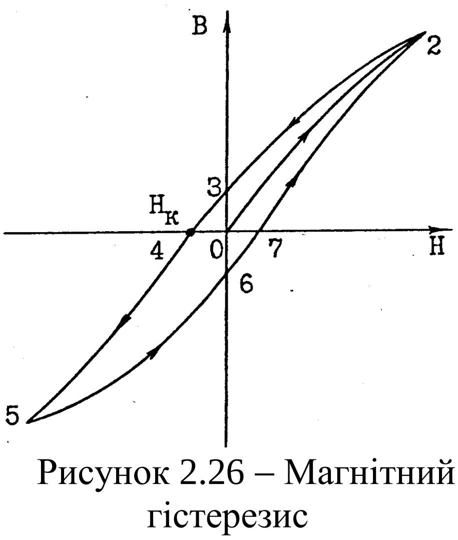


Рисунок 2.26 – Магнітний гістерезис

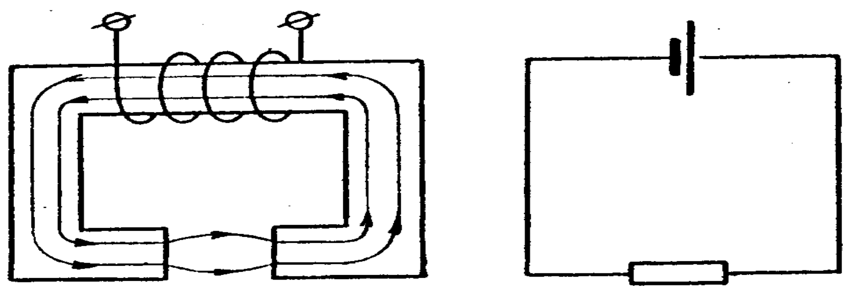
При циклічному перемагніченні залежність $B(H)$ зображується замкненою петлею 7-2-3-4-5-6-7, яка називається ***петлею гістерезису***. Оскільки $B = \mu\mu_0 H$, то добуток BH має розмірність густини енергії (2.51). Тому площа петлі гістерезису є робота, що витрачається на подолання сил, які перешкоджають переорієнтації доменів при одному перемагніченні одиниці об’єму тіла. Ця робота, в кінцевому рахунку, збільшує теплову енергію тіла. Для зменшення втрат на перемагнічення, наприклад в осердях трансформаторів, треба використовувати “магніто-м’які” феромагнетики, для яких H_K мала. Для утворення постійних магнітів застосовують “магніто-тверді” феромагнетики з великим значенням H_K.

Зі зростанням температури тепловий рух розорієнтовує вектори елементарних магнітних моментів в доменах і самочинна намагніченість доменів зникає. Тому при досягненні певної температури T_K (температури Кюрі) феромагнетик перетворюється на парамагнетик, тобто μ різко зменшується. Феромагнітні метали мають малий питомий опір, відповідно, в них великі втрати на вихрові струми у високочастотних електромагнітних полях (див. п. 2.13). Тому в основному вони застосовуються як осердя низькочастотних пристроїв (трансформатори, електродвигуни тощо) і постійних магнітів.

Окрім феромагнетиків, в електроніці широко використовуються ферити. В одній комірці феромагнетика (домені) всі елементарні магнітні моменти атомів напрямлені в один бік і утворюють певну намагніченість комірки. У феритах магнітні моменти сусідніх атомів напрямлені в протилежні боки, однак вони не є рівні за величиною і не компенсують один одного, тому комірка фериту також має намагніченість за відсутності магнітного поля. За своїми магнітними властивостями ферити є подібні до феромагнетиків: значення μ в них сягає 6000.

Ферити являють собою хімічні сполуки типу $\mathrm{MeOF_2O_3}$, де Me – іон двовалентного металу. На відміну від феромагнітних металів, вони мають великий питомий опір ($10^2 \ldots 10^6$ Ом·см). Отже, втрати на вихрові струми у феритах, які перебувають у високочастотних електромагнітних полях, незначні. Тому феритові осердя з матеріалів з малою H_K широко застосовуються у високочастотних пристроях (антени, осердя контурів і трансформаторів, елементи пам’яті ЕОМ). Але низка феритів мають високе значення H_K і використовуються для виготовлення невеликих постійних магнітів. Феромагнітні матеріали широко використовуються в сучасній техніці для підсилення магнітних потоків та їхнього потрібного напрямку.

Сукупність тіл (магнітопроводів), через які проходять замкнені лінії магнітної індукції, називають ***магнітним колом***.



а) *б*)

Рисунок 2.27 – Просте магнітне коло *а*) і його електричний аналог *б*)

Просте (нерозгалужене) магнітне коло, показане на рис. 2.27, містить ярмо перерізом S із матеріалу з магнітною проникливістю μ, в котрому є проміжок з проникністю $\mu_з$ (повітряний або з іншого матеріалу). Котушка з числом витків N і струмом i утворює магнітний потік $\Phi = BS$, внаслідок безперервності ліній індукції однаковий у ярмі та у проміжку. Для середньої лінії індукції на основі (2.13) можемо записати

$$Hl + H_3 l_3 = Ni,$$

де H, H_3 – напруженість поля всередині ярма і всередині проміжку, а l, l_3 – довжини ярма і проміжку. Через те що $H = B/\mu\mu_0 = \Phi/\mu\mu_0 S$ і $H_3 = \Phi/\mu\mu_0 S$, підставивши їх у першу формулу, маємо

$$\Phi = \frac{Ni}{l/\mu\mu_0 S + l/\mu_3\mu_0 S} = \frac{\varepsilon_M}{R_M}. \tag{2.62}$$

Ця формула є подібна до закону Ома для замкненого кола (див. рис. 2.27) і, за аналогією, величину $\varepsilon_м$ називають ***магніторушійною силою***, а $R_M = r_M + r_{M3}$ – ***повним магнітним опором кола*** ($r_м = 1 / \mu\,\mu_о\, S$, $r_{мз} = 1 / \mu_з\,\mu_о\, S$ – магнітні опори ярма і проміжку). Величина $\varepsilon_м$ вимірюється в амперах, а $R_м$ – в А / Вб.

Формальна аналогія магнітних кіл з електричними колами дозволяє використовувати закони електричного струму для розрахунку магнітних кіл. При послідовному з`єднанні магнітопроводів їхній загальний опір дорівнює сумі опорів усіх магнітопроводів, а при паралельному з`єднанні загальний зворотний магнітний опір дорівнює сумі зворотних опорів магнітопроводів. Так само формуються правила Кірхгофа для розгалужених магнітних кіл.

Перше правило: ***сума всіх магнітних потоків, які входять у вузол розгалуження, дорівнює сумі усіх потоків, які виходять з нього, тобто алгебраїчна сума магнітних потоків, що проходять через вузол, дорівнює нулю*** ($\sum \Phi_K = 0$).

Друге правило: ***в замкненому контурі, який містить k магнітопроводів і намагнічувальних обмоток***, $\sum \Phi_K r_{MK} = \sum \varepsilon_{MK}$.

Слід підкреслити, що аналогія поміж електричними і магнітними колами є чисто формальна, оскільки магнітних зарядів у природі не існує і в магнітному потоці не рухаються ніякі частинки. Крім того, оскільки μ залежить від H, то і магнітний опір залежить від Φ. А опір ділянок електричного кола від струму практично не залежить.

2.13. Взаємні перетворення електричних та магнітних полів

Як встановлено в п. 4.7, будь-яка зміна магнітного поля збуджує в замкненому провідникові ЕРС індукції та індукційні струми. Навпаки, за будь-якої зміни електричного поля (а вона зумовлена зміною розподілу зарядів, тобто струмами) виникає магнітне поле. Таким чином, при зміні магнітного поля виникає змінюване магнітне поле, а зміна електричного поля веде до появи магнітного поля.

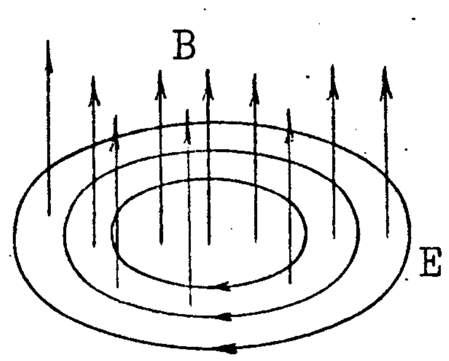


Рисунок 2.28 – Виникнення вихрового електричного поля при зростанні B

На рис. 2.28 показано напрямок електричного поля, яке виникає при зростанні $\overline{B}$. Згідно з правилом Ленца, $\overline{E}$ має бути напрямлене таким чином, щоб магнітне поле, яке утворюється індукційними струмами, перешкоджало зміні B, а отже, в такому разі було напрямлене назустріч B (правило гвинта).

Електричне поле, що виникає, не є електростатичним полем, лінії якого завжди є розімкнені (починаються на позитивних зарядах, а закінчуються – на негативних) і напруга по замкненому контуру дорівнює нулю. Поле, яке виникає, має неперервні лінії напруженості, тобто є вихровим полем. Воно призводить до появи ЕРС індукції і викликає рух електронів у провідниках по замкнених траєкторіях. Так, якщо в площині ліній напруженості вихрового поля $\overline{E}$ розмістити металевий лист, то в ньому виникнуть вихрові струми, напрямлені так само, як і $\overline{E}$ (див. рис. 2.28). Роль бічних сил виконують тут сили вихрового електричного поля, а електрична напруга по замкненому контуру не дорівнює нулю. Електрорушійна сила, що діє у будь-якому замкненому контурі l, визначається як

$$\varepsilon = \oint E_1 dl,$$

де E_1 – проекція $\overline{E}$ на напрямок dl. Прирівнявши її до (2.31), маємо

$$d\Phi / dt = \oint\limits_{l} E_1 dl \tag{2.63}$$

– кількісний зв’язок поміж змінюваним магнітним полем та вихровим електричним.

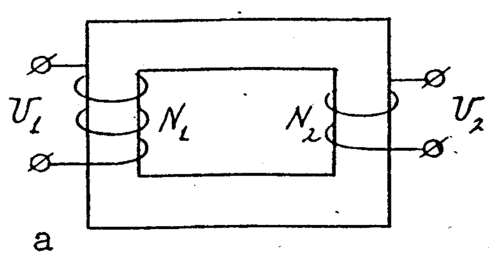


Рисунок 2.29 – Трансформатор

Одним з широко застосовуваних на практиці технічних пристроїв, які використовують вихрове електричне поле, є трансформатор. Він складається із замкненого осердя з магніто-м`якого феромагнетика, на якому розташовані дві обмотки – первинна (вхід) і вторинна (вихід) (рис. 2.29). Кінці первинної обмотки, як правило, підмикаються до мережі змінного струму, а вторинної – до споживача. Змінний струм, який протікає у первинній обмотці, утворює в осерді змінюваний магнітний потік, котрий збуджує у вторинній обмотці ЕРС індукції. Згідно з законом Ома для ділянки кола з ЕРС, напруга на первинній обмотці з числом витків N_1 дорівнює

$$U_1 = r_1 i_1 - \varepsilon_1 = r_1 i_1 + N_1 d\Phi / dt,$$

де $\varepsilon_1 = N_1(d\Phi / dt)$ – ЕРС самоіндукції; $r_1 i_1$ – струм у обмотці та її опір. Відповідно, напруга на вторинній обмотці

$$U_2 = r_2 i_2 - \varepsilon_2 = r_2 i_2 + N_2 d\Phi / dt.$$

При великому опорі споживаючого кола, підімкненого до другої обмотки, струми є малі ($r_1 << \varepsilon$) і

$$U_2 / U_1 = N_2 / N_1 = K, \qquad (2.64)$$

де K – коефіцієнт трансформації.

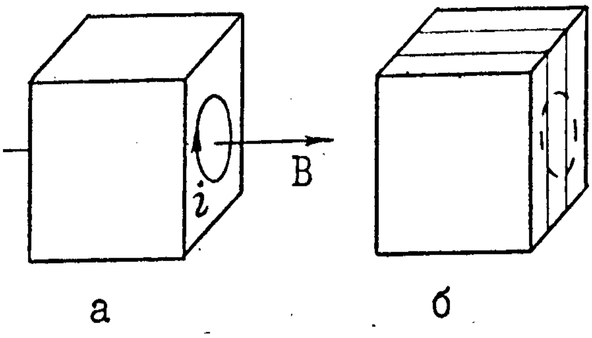


Рисунок 2.30 – Вихрові струми у провідному тілі *а*) та їхнє послаблення у провідникові з пластин *б*)

При збільшенні вихідного струму i_r вихідна напруга U_2 зменшується. Залежно від співвідношення числа витків у обкладках трансформатор може або підвищувати, або зменшувати напругу. Як вторинна обмотка (вихід) може використовуватись частина витків первинної обмотки, такий трансформатор називається ***автотрансформатором***. Один з його вихідних контактів можна зробити ковзаючим по обмотці, що дозволяє плавно змінювати вихідну напругу.

Вихрові струми виникають у будь-якому масивному провідникові, поміщеному у змінне магнітне поле (рис. 2.30,а). У трансформаторах вони призводять до розігріву і зниження ККД. Для зменшення вихрових струмів осердя виготовляють з тонких пластин, покритих ізолятором так, щоби ізолюючі прошарки перетинали лінії вихрових струмів (рис. 2.30,б).

Дію вихрових струмів можна наочно спостерігати при падінні мідної монети поміж полюсами постійного магніту. За правилом Ленца, власне магнітне поле вихрових струмів буде спочатку перешкоджати входженню монети у простір поміж полюсами, а потім перешкоджати її виходу, що виявляється у зменшенні швидкості падіння.

Роль вихрових струмів істотно зростає зі зростанням частоти зміни B та E (2.31) і (2.35). Наприклад, при протіканні змінного струму по провідникові вихрові струми виявляються в тому, що зі зростанням частоти збільшується нерівномірність протікання струму по перерізу і густина струму на поверхні збільшується, а на осі – зменшується. Рисунок 2.31 демонструє цей ефект, який називається ***скін-ефектом***.

Припустимо, що в певний момент струм через провідник збільшується ($\Delta i>0$), що призводить до зростання утворюваного магнітного поля з індукцією B. Зростання B призводить до появи вихрового електричного поля E, магнітне поле якого, за правилом Ленца, напрямлене назустріч B. Це поле ще вагоміше збільшує струм у поверхні і перешкоджає збільшенню струму на осі провідника. Якщо струм зменшується ($\Delta i<0$), то поле E у поверхні ще більше зменшує i, а на осі перешкоджає зменшенню i.

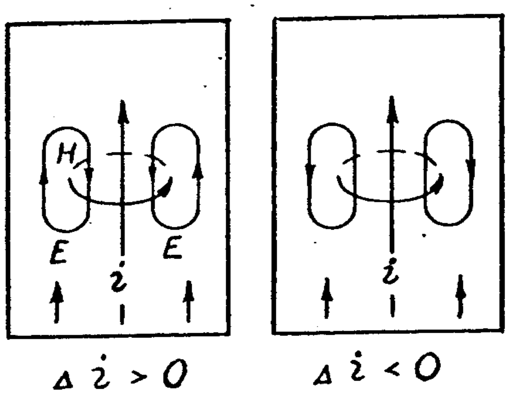


Рисунок 2.31 – Скін-ефект

В обох випадках вихрове поле *E* підсилює зміну струму на поверхні й послаблює зміну струму на осі провідника, а отже, змінний струм на поверхні збільшується, а на осі – зменшується. На високих частотах струм тече в основному в поверхневому шарі провідника, що є еквівалентно до зменшення його поперечного перерізу і збільшення опору. Для зменшення опору поверхню високочастотних проводів покривають тонким шаром високопровідного металу (зазвичай це срібло).

2.14. Струм зміщення. Рівняння Максвелла

Вивчаючи електромагнітні процеси, Максвелл встановив, що будь-яке змінне магнітне поле викликає вихрове електричне поле і, навпаки, всяке змінне електричне поле призводить до появи вихрового магнітного поля.

Розглянемо електричне коло, показане на рис. 2.32,а. При ввімкненні батареї лампочка короткочасно спалахує, а це значить, що за час заряджання конденсатора у колі протікає струм. В усталеному режимі (після заряджання конденсатора) лампочка не горить, що цілком природно, бо конденсатор розмикає коло, а постійний струм через розімкнене коло не проходить. Якщо замість джерела постійного струму ввімкнути джерело змінного струму, наприклад від мережі, то позитивні та негативні напівперіоди напруги будуть безперервно прямувати один за одним і конденсатор буде перезаряджуватися з частотою мережі.

Через те що інерційність процесу розжарення волоска лампочки є велика (порівняно з часом перезаряджання), то спалахи лампочки при кожному перезаряджанні конденсатора зливаються один з одним і лампочка горить рівномірно. Отже, змінний струм може протікати і в розімкненому контурі.

Електричний струм в металевих провідниках зумовлений перенесенням електронів в електричному полі і називається ***струмом провідності***.

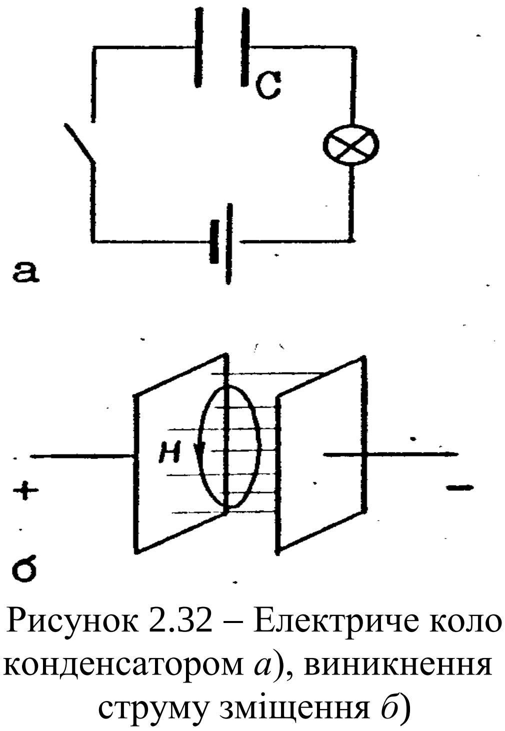


Рисунок 2.32 – Електриче коло з конденсатором *а*), виникнення струму зміщення *б*)

В конденсаторі з діелектриком під час його заряджання відбувається поляризація діелектрика, зумовлена зміщенням зарядів у атомах та молекулах, причому під час перезаряджання (зміна знака напруги на обкладках) змінюється і напрямок поляризації. Отже, при підімкненні конденсатора з діелектриком до джерела змінного струму напруги заряди в молекулах діелектрика коливаються близько положення рівноваги з частотою мережі. Такий рух носіїв заряду в діелектрику у змінному електричному полі називають ***струмом зміщення***. Його величина визначається як $i_c = dq / dt$. Оскільки $q = \sigma S$ (S – поверхнева густина заряду на обкладках), а в конденсаторі $\sigma = D$, то

$$i_з = S(dD / dt) \text{ і } \overline{j_з} = d\overline{D} / dt, \tag{2.65}$$

де $\bar{j}_з$ – густина струму зміщення, $\overline{D}$ – діелектрична індукція (електричне зміщення).

Термін ***струм зміщення*** застосовують і в загальному випадку, наприклад щодо вакууму, де зарядів (і їхнього зміщення) немає. Під струмом зміщення тут розуміють змінне електричне поле, бо, наприклад, у конденсаторі з вакуумним проміжком (рис. 2.32,б) воно утворює таке магнітне поле, як і струм провідності в металевих проводах. Таким чином, на відміну від постійного струму, змінні струми можуть існувати і в розімкнених контурах. При цьому струми провідності в металевих провідниках замикаються струмами зміщення поміж їхніми кінцями (обкладками конденсатора).

Загальний змінний струм у колі запишемо як суму струму провідності $i_П$ і струму зміщення:

$$i = i_п + i_c = i_п + S(dD / dt). \tag{2.66}$$

На відміну від (2.65), тут записано частину похідної, бо у загальному випадку D може залежати й від координат.

На ділянках кола з великою електропровідністю і на низьких частотах $i_П >> i_З$. Навпаки, на ділянках кола з поганою електропровідністю (діелектрики) і на високих частотах (велике dD/dt) $i_П >> i_З$. В залежності від того, зростає електричне поле ($dD/dt > 0$) чи зменшується ($dD/dt < 0$), напрямок $i_з$ збігається з $i_П$ або є протилежний до нього. Тому загальний струм (4.66) може бути як більшим, так і меншим $i_П$. Утворюване магнітне поле визначається в такому разі загальним струмом. Струм зміщення через поверхню провідника S можна записати як

$$i_з = \int_S j_з dS = \int_S \frac{\partial D}{\partial t} dS = \frac{\partial}{\partial t} \int_S D dS = \frac{\partial N}{\partial t},$$

де N – потік вектора електричного зміщення через поверхню. Відповідно загальний струм $i = i_П + dN / dt$. Тоді формула (2.13) для магнітної напруги уздовж замкненого контура набере вигляду

$$\oint_l H_l dl = i + (dN / dt). \tag{2.67}$$

Ця формула разом з формулою (2.63) дає

$$\oint_l E_l dl = -d\Phi / dt, \tag{2.68}$$

рівняння, які відбивають теорему Остроградського-Гаусса для електричного і магнітного полів

$$\oint D_{П} dS = q \tag{2.69}$$

та

$$\oint B_{П} dS = 0, \tag{2.70}$$

а також з формулами

$$B = \mu\mu_0 H, \;\; D = \varepsilon\varepsilon_0 E, \;\; j = \lambda E \tag{2.71}$$

складають систему рівнянь Максвелла в інтегральній формі для магнітного і електричного полів у провідних нерухомих середовищах.

2.15. Рівняння Максвелла в інтегральній формі

Рівняння Максвелла відіграють велику роль у сучасній фізиці. Можна вважати, що вся електродинаміка побудована на рівняннях Максвелла.

Слушно навести висловлювання відомого американського вченого Феймана про те, що коли б з деякої іншої цивілізації спостерігали за подіями на Землі, то війна за визволення США від Англії порівняно з формулюванням рівнянь Максвелла здавалася б їм кухонною сваркою (ці події відбувалися водночас).

Перш ніж перейти безпосередньо до формулювання рівнянь Максвелла, наведемо деякі положення з математики.

Передусім дамо означення поняття функції й оператора. Під ***функцією*** розумітимемо засіб, за допомогою якого, знаючи одне число, можна знайти інше. Наприклад, знаючи функцію (засіб) $y = x^2$, по одному числу $x = 1$ визначаємо інше: $y = 1$; $x = 2$, $y = 4$; $x = 3$, $y = 9$ тощо. Під ***оператором*** розумітимемо засіб, коли за однією функцією можна знайти іншу. Наприклад, нехай оператор буде d / dx. Тоді, знаючи $f = x^2$, знайдемо $y = 2x$; $f = e^x$, $y = e^x$; $f = e^{X^2}$, $y = 2x\, e^{X^2}$ тощо.

Далі для нас найважливішими будуть оператор Лапласа

$$\Delta = (d^2 / dx^2) + (d^2 / dy^2) + (d^2 / dz^2) \tag{2.72}$$

і оператор набла

$$\overline{\nabla} = \bar{i}(d / dx) + \bar{j}(d / dy) + \bar{k}(d / dz). \tag{2.73}$$

В (4.73) $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ – орти вздовж осей x, y, z.

Якщо оператором набла впливатимемо на скалярну величину φ, то здобудемо вектор $\overline{B}$:

$$\overline{\nabla}\varphi = \bar{i}(d\varphi / dx) + \bar{j}(d\varphi / dy) + \bar{k}(d\varphi / dz) = \overline{B}. \tag{2.74}$$

Цю рівність можна прочитати ще й так: $\overline{B}$ є градієнт φ.

Якщо оператором набла впливатимемо скалярно на вектор $\overline{A}$, здобудемо

$$\overline{\nabla}\overline{A} = \bar{i}(dA_x / dx) + \bar{j}(dA_y / dy) + \bar{k}(dA_z / dz), \tag{2.75}$$

де A_x, A_y, A_z – проекції вектора $\overline{A}$ на відповідні осі. Рівність (2.75) можна прочитати так: $\overline{\nabla}\overline{A}$ є дивергенція $\overline{A}$.

Аналогічно вводиться вектор $\overline{C}$, який є векторним добутком набли на $\overline{A}$:

$$\left[\nabla \cdot \overline{A}\right] = \overline{C}. \qquad (2.76)$$

Цю рівність можна прочитати так: $\overline{C}$ є ротор $\overline{A}$.

З поняттям оператора набла пов'язані дві важливі теореми.

1. Теорема Остроградського-Гаусса: інтеграл по замкненій поверхні від потоку вектора $\overline{A}$ дорівнює інтегралу по об'єму дивергенції $\overline{A}$:

$$\oint_S \overline{A}d\overline{S} = \int_V div\overline{A}dV. \qquad (2.77)$$

2. ***Теорема Стокса: інтеграл по замкненому контуру вектора $\overline{A}$ дорівнює інтегралу від ротора $\overline{A}$ по поверхні, що охоплює цей контур:***

$$\oint_l A_l dl = \oint_S \left[\overline{\nabla} \cdot \overline{A}\right] d\overline{S}. \qquad (2.78)$$

Користуючись цими математичними теоремами, виведемо рівняння Максвелла в диференціальній формі. Ще раз підкреслимо, що рівняння Максвелла є узагальненням багатьох експериментальних фактів.

1. ***Закон повного струму*** (2.67) ***в інтегральній формі*** перепишемо таким чином

$$\oint \overline{H}d\bar{l} = i_{ПР} + i_З, \qquad (2.79)$$

де струм провідності $i_{ПР} = \int \overline{j}d\overline{S}$, а струм зміщення $i_З = \int \left(d\overline{D}/dt\right)d\overline{S}$. Скористуємось теоремою Стокса:

$$\oint \overline{H}d\bar{l} = \int_S \left[\overline{\nabla} \cdot \overline{H}\right] d\overline{S} = \int_S \left[\overline{j} + d\overline{D}/dt\right] d\overline{S}. \qquad (2.80)$$

Оскільки межі інтегралів є довільні, рівність інтегралів буде забезпечена лише тоді, коли підінтегральні функції дорівнюють

$$\left[\overline{\nabla} \cdot \overline{H}\right] = \overline{j} + (d\overline{D}/dt). \qquad (2.81)$$

2. ***Закон електричної індукції в інтегральній формі*** записується таким чином (див. 2.68):

$$\oint_l \overline{E}d\bar{l} = -\int \left(d\overline{B}/dt\right)d\overline{S}. \qquad (2.82)$$

В (2.82) враховано, що магнітний потік $\Phi = \int \overline{B}d\overline{S}$. Знову користуючись теоремою Стокса, запишемо

$$\oint_l \overline{E}d\bar{l} = \int_S \left[\overline{\nabla} \cdot \overline{E}\right] dS = -\int \left(d\overline{B}/dt\right)d\overline{S}, \qquad (2.83)$$

і, оскільки межі інтегралів є довільні, то підінтегральні функції рівні.

І, нарешті, через відсутність вільних магнітних зарядів маємо

$$\begin{aligned} &\overline{\nabla}\overline{B} = 0, \\ &\left[\nabla \cdot \overline{E}\right] = -d\overline{B}/dt \end{aligned} \qquad (2.84)$$

3. ***Теорема Остроградського-Гаусса***. Ця теорема є узагальненням закону Кулона (2.69)

$$\oint \overline{D} d\overline{S} = q, \tag{2.85}$$

де q – густина лише вільних електронних зарядів $\int \rho dV = q$ (q – густина зарядів). Скориставшись теоремою Остроградського-Гаусса і знов-таки беручи до уваги довільність меж інтегрування, маємо

$$\overline{\nabla}\overline{D} = \rho. \tag{2.86}$$

Рівняння Максвелла мають бути доповненими рівняннями середовища

$$\overline{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \overline{E}, \ \ \overline{B} = \mu\mu_0 \overline{H}, \ \ \overline{j} = \sigma\overline{E}. \tag{2.87}$$

Якщо скористатися цими рівняннями і вилучити з рівнянь вектори $\overline{D}$ і $\overline{\nabla}$, дістанемо рівняння з чотирма невідомими. Для двох змінних $\overline{E}$ і $\overline{H}$ й дається система рівнянь. Насправді це не так, тому що система рівнянь Максвелла є системою в частинних похідних, розв'язується з точністю до довільних функцій. У випадку систем Максвелла рівняння для $\overline{E}$ і $\overline{H}$ містять довільні функції, а для їх віднайдення використовуються рівняння (2.84)…(2.86).

СПИСОК ВИКОРИСТАННИХ ДЖЕРЕЛ

1. Дмітрієва В.Ф. Фізика. Підручник для вищих навчальних закладів. Київ: Техніка, 2008. 644 с.

2. Чолпан П.П. Фізика. Підручник для вищих навчальних закладів. Київ: ВШ, 2004. 564 с.

3. Барановський В.М., Бережний П.В., Горбачук І.Т.та ін. Загальна фізика: Лабораторний практикум: навч. посіб.; за заг. ред. І.Т. Горбачука. Київ: Вища шк., 2002. 509 с.

4. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Т.1, 2, 3. Київ: Техніка, 2006. 532 с.

Підписано до друку 15.02.2024.
Формат 60х84/16. Папір офсетний. Гарнітура Times New Roman.
Друк офсетний. Обсяг 4,0 друк. арк. Наклад 50 прим.
Зам. № 3457/2
Надруковано у ФОП Бондаренко М.О.
м. Одеса, вул. В. Арнаутська, 60.
т. +38 048 700 11 55
info@aprel.od.ua
Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до державного реєстру видавців ДК № 4684 від 13.02.2014 р.