

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ
ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ ТЕХНОЛОГІЙ І
ЗВ'ЯЗКУ

ТЕОРІЯ ІНФОРМАЦІЇ ТА КОДУВАННЯ

Методичні вказівки
до лабораторних та практичних занять

для підготовки бакалаврів

Спеціальність: 125 – Кібербезпека та захист інформації

Одеса
2023

Укладачі: проф., д.т.н. Корчинський В.В., викладач Белова Ю.В.

Розглянуто та схвалено на засіданні кафедри

Протокол №__ від _____ 20__р.

Завідувач кафедри _____ Корчинський В.В.

ЗМІСТ

Перелік скорочень та умовних позначень

Практичні заняття

- ПЗ №1* Побудова схем кодерів несистематичних згорткових кодів та їх гратчастих діаграмм
ПЗ №2 Декодування НСК за алгоритмом Вітербі у метриці Хеммінга

- ПЗ №3* Апаратна реалізація та імітаційне моделювання декодера Вітербі для НСК (7, 5).

- ПЗ №4* Підвищення достовірності дискретних повідомлень з повторенням передачі простим кодом

- СРЛ* Список рекомендованої літератури до практичних занять...

Лабораторні роботи

- ЛР №1* Принцип корекції помилок згортковим кодом з пороговим алгоритмом декодування

- ЛР №2* Оцінка якості системи зв'язку під час кодування сигналів в гаусовому каналі

- ЛР №3* Дослідження коригуючої здатності найпростіших кодів Хеммінга

- ЛР №4* Методи декодування коду БЧХ (15, 7)

- ЛР №5* Вивчення цифрової системи зв'язку з каскадним кодуванням...

Додатки

- Д – А* Зразок бланка для побудови характеристики декодування в каналі з АБГШ

- Д -Б* Зразок бланка для побудови ВХД коригувальних кодів у ДСК

- Д-В* Роздрукування програми, що імітує роботу кодека НСК (7, 5) у ДСК за алгоритмом Вітербі.

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ І УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

АБГШ – адитивний білий гауссів шум
БЧХ – код Боуза-Чоудхурі-Хоквінгема
ВВО – виграш за ймовірністю помилки у ДСК
ВОК – виграш за ймовірністю помилки на каналі з АБГШ
ДКО – довжина кодового обмеження
ДЗУ – декодуючий запам'ятовуючий пристрій
ДСК – двійковий симетричний канал
КК – кодова комбінація
МВ – метрика гілки
НСК – несистематичний згортковий код
ГД – гратчаста діаграма
ЗК – згортковий код
ЦК – циклічний код
ЕВК – енергетичний виграш при кодуванні
 $\Phi(h)$ – функція Крампа (інтегральна форма нормального розподілу)
 d_{12} – відстань по Хеммінгу між двома КК
 $d_{\min}$ – мінімальна кодова відстань (n, k) коду та СК
 d_f – вільна кодова відстань НСК
 $E_b = P_s \cdot 0$ – енергія біта
 $G(D)$ – багаточлен, що породжує згорткового коду
 $h = U_s/U_{\text{ш}}$ – відношення сигнал/шум
 i – дискретний час
 k_0, k_d – коефіцієнти помилок (частота помилок)
 L – вибірка (сукупність елементів для статистичних вимірів)
 (n, k) – маркування блокових кодів
 $N_0 = P_{\text{ш}}/\Delta f$ – спектральна щільність шуму
 N_a – чисельне значення ДКО (у бітах)
 $P_s, P_{\text{ш}}$ – середня потужність сигналу, середня потужність шуму
 $P(x)$ – багаточлен, що породжує циклічного коду
 p_0 – ймовірність помилки прийому сигналу
 $p_0 \text{ КК}$ – ймовірність КК із бітовими помилками
 $P(x)$ – багаточлен, що породжує циклічного коду
 q – кратність помилки
 R – відносна швидкість передачі при кодуванні
 $S(x)$ – багаточлен синдрому
 $(v_1 v_2)$ – прийняте кодове слово на вході декодера
 $w_{00} \dots w_{11}$ – стану кодера та РД декодера НСК
 $\lfloor x \rfloor$ – найбільше ціле число, менше або рівне x (ціла частина)
 $(x_1 x_2)$ – кодове слово, що відповідає переходам по РД декодера
 $(z_1 z_2)$ – кодове слово на виході НСК кодера
 $\rho = 1 - R$ – надмірність коду
 $\oplus$ – знак підсумовування за модулем 2

Практичне заняття №1

Побудова схем кодерів згорткових кодів та їх ґратчастих діаграм

1 Мета заняття

Вивчення основних положень побудови пристроїв кодування несистематичними згортковими кодами (7, 5), (17, 15) та побудова їх ґратчастих діаграм.

2 Ключові положення

Побудова схем кодерів несистематичних згорткових кодів

Розглянемо питання згорткового кодування найпростішим несистематичним кодом (7, 5) та деякими складнішими кодами. Слід зазначити, що зазначений несистематичний згортковий код (НСК), з пізнавальної точки зору, є аналогом найпростішого систематичного циклічного коду Хеммінга (7, 4), у якого в кожному блоці, тобто кодової комбінації, містяться чотири інформаційні та три перевіірочні біти. Цифри (7, 5), що ідентифікують НСК, являють собою багаточлени, що породжують, зазначені у восьмеричній системі числення, тобто $7(8) = 111(2)$ і $5(8) = 101(2)$.

На відміну від систематичних згорткових кодів (СК) стосовно порогового декодування, в даному випадку обидва багаточлени, що породжують, мають ступінь більше нуля, а саме

$$G1(D) = D^2 + D + 1 \text{ та } G2(D) = D^2 + 1.$$

Функціональна схема кодера, відповідна багаточленам $G1(D)$ і $G2(D)$, що породжують, наведена на рис. 2.1.

$(z_1 \ z_2)_i, (z_1 \ z_2)_{i-1}, \dots$

Рисунок 2.1 – Функціональна схема кодера НСК (7, 5):

a_i, a_{i-1}, a_{i-2} - комірки пам'яті кодера; $C1, C2$ - суматори по mod 2; f_0 – генератор, що визначає швидкість передачі каналом зв'язку; $f_0/2$ – дільник частоти з коефіцієнтом розподілу 2; M – мультиплексор, що ущільнює кодові символи за часом

Як видно з рисунка, каналні символи на виході кодера $(z_1 \ z_2)_i$ визначаються виразами, в яких виконується підсумовування mod 2 інформаційних символів:

$$z_1 = a_i \oplus a_{i-1} \oplus a_{i-2} \quad \text{и} \quad z_2 = a_i \oplus a_{i-2}.$$

При згортковому кодуванні виникає необхідність послідовного опитування двох логічних станів змінних z_1 та z_2 . З цією метою служить мультиплексор M , виконує тимчасове ущільнення каналних символів.

Несистематичний згортковий кодер можна розглядати як цифровий автомат з кінцевим числом станів, в якому є елементи, що володіє пам'яттю про сигнали, що раніше прийшли до входу. Функціонування цифрового автомата (див. рис. 2.1), складові елементи якого мають два логічні рівні – “0” або “1”, описується трьома множинами:

а) вхідних сигналів $A(t_i) = (0, 1)$;

б) внутрішніх станів $W(t_i) = (w_0, w_1, \dots, w_n)$;

в) вихідних сигналів $Z(t_i) = (z_0, z_1, \dots, z_k)$.

Залежно від структурної схеми цифрового автомата, його внутрішнім станам $w_0, w_1, \dots, w_n$ в i -тий момент часу може відповідати певний набір логічних нулів та одиниць деяких осередків пам'яті автомата, а вихідні сигнали $z_0, z_1, \dots, z_k$ визначаються не тільки внутрішнім станом, а й значенням вхідного сигналу.

Принцип дії кінцевого автомата описується функцією переходів Φ_p , яка визначає стан автомата в момент часу t_i залежно від стану попереднього часу $W(t_i - 1)$ і вхідного сигналу в попередній момент часу $A(t_i - 1)$:

$$W(t_i) = \Phi_p (W(t_i - 1), A(t_i - 1)),$$

і функцією виходів Φ_v , що визначає залежність вихідного сигналу автомата в i -тий момент часу від значення вхідного сигналу та одного з можливих внутрішніх станів автомата:

$$Z(t_i) = \Phi_v (A(t_i), W(t_i)).$$

Автомати з такими функціями переходу та виходу називаються автоматами Мілі.

Функції переходів зі значеннями вхідних і вихідних сигналів автомата можуть бути представлені за допомогою графів станів, що в літературі цифрових пристроїв прийнято називати діаграмами станів (ДС). ДС кодера згорткового кодера (див. рис. 2.1) відповідає всім зазначеним вище вимогам і є автоматом Мілі.

На рис. 2.2 у прямокутних рамках зазначені стани кодера СК (7, 5) $w_0 = 00, w_1 = 10, w_2 = 01$ і $w_3 = 11$, яким відповідає вміст двох крайніх правих осередків $a_i - 1$ та $a_i - 2$ регістра зсуву кодера. На цьому малюнку суцільні лінії відповідають нульовим вхідним символам, а штрихові - одиничним. У круглих дужках вказані кодові слова кодера. Відповідно до твердження в [4], можлива побудова ДС з використанням і крайніх лівих осередків пам'яті.

З наведеної ДС видно, що існують чотири стани кодера і лише два можливі переходи у різних напрямках, яким відповідають різні двійкові символи на виході кодера. Характерною рисою НСК (7, 5) і те, що у кожний стан можна прийти лише у двох переходах і за один перехід перейти зі стану $w_0 = 00$ у стан $w_3 = 11$ неможливо.

Діаграма станів повністю описує функціонування кодера, але для відстеження переходів кодера з одного стану в інший залежно від моментів дискретного поточного часу $t_i, i = 0 \dots n$, дозволені переходи (00 00, 00 10, 10 01, 10 11 та інші) зручно представляти у вигляді повторюваних діаграм станів у дещо іншому геометричному уявленні, що показано на рис. 2.3 для послідовності вхідних (інформаційних) бітів $a_i = 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0$ та вихідних (каналних) бітів

$(z_1 z_2)_I = 00, 11, 01, 10, 01, 00$, які відображені жирними суцільними та штриховими лініями.

a_i 0 1 1 1 0 1 0
 $(z_1 z_2)_i$ 00 11 01 10 01 00
 w_{00}
 w_{10}
 w_{01}
 w_{11}
 $t_0 t_1 t_2 t_3 t_4 t_5 t_6$

Рисунок 2.3 – Гратчаста діаграма кодера НСК (7, 5)

Діаграму станів у такому вигляді прийнято називати ґратчастою діаграмою (РД). РД коду (7, 5) після двох тактових інтервалів $t_0 \dots t_2$, що може відповідати виходу кодера з нульового стану, має періодичну структуру. Умовні позначення на рис. 2.3 мають такий зміст. Кодові ребра РД, що відповідають вхідним символам 0, як і ДС, представлені суцільними лініями, а кодові ребра, відповідні вхідним символам 1, - штриховими. При цьому кодер породжує символи на виході $(z_1 z_2)_i$, які при згортковому кодуванні прийнято називати кодовими словами.

Важливими параметрами не лише систематичних, а й несистематичних кодів, що виправляють помилки, є пам'ять кодера $\square$ та довжина кодового обмеження (ДКО) N_a [5, 6]. Перший параметр - пам'ять кодера - чисельно визначається максимальним ступенем одного з багаточленів, що породжують:

$$\square = \max \deg G_1, 2(D),$$

що відповідає числу осередків пам'яті кодера $a_i - 1$ і $a_i - 2$ згідно з рис. 2.1. Другий параметр – ДКО – розглянутий у ЛР № 1 при пороговому декодуванні систематичних кодів, визначається як

$$N_a = n_0 (\max \deg G_1, 2(D) + 1) \text{біт}.$$

Фактично, N_a можна трактувати число бітів на виході кодера, куди впливає вхідний біт a_i в i -тий момент. Параметри $\square$ та N_a надають вирішальний вплив на складність алгоритму декодування.

Мінімальна кодова відстань (МКР) стосовно несистематичним СК прийнято визначати, користуючись поданням ґратчастої діаграми. Цей параметр називають вільною відстанню або мінімальним просвітом [4], позначаючи символом df . Параметр df визначається як мінімальна вихідна вага шляху по ґратчастій діаграмі, що починається і закінчується в нульовому стані w_{00} . Згідно рис. 2.3, мінімальна вага шляху $w_{00} \rightarrow$

$w_{10} \rightarrow w_{01} \rightarrow w_{00}$ по гратчастій діаграмі дорівнює $W_t = 5$, тому що йому відповідають кодові слова 11, 01 та 11, отже для коду (7, 5) $df = 5$.

Для оцінки можливості корекції помилок НСК можна скористатися виразом $q_{isp} \approx (df - 1)/2$,

де знак $\approx$ означає найбільше ціле не більше x .

Таким чином, НСК, що генерується кодером, наведеним на рис. 2.1, гарантовано виправляє одно- та дворазові помилки в межах ДКО, що дорівнює $N_a = 6$ біт.

Слід звернути увагу на те, що кількість можливих траєкторій по кодовій решітці коду, що розглядається, при фіксованому проміжку інтервалу часу визначається виразом

$$M = 2^{\square} \cdot 2N - 1,$$

де $\square = 2$ – пам'ять кодера; N – кількість часових інтервалів, що визначаються тактовою частотою, а добуток $N \cdot 0$ – це інтервал часу, у якому розглядаються послідовності кодових символів в РД. Наприклад, на інтервалі часу $10 \cdot 0$ можливо утворити $2^{\square} + 9 = 2^{11} = 2048$ кодових послідовностей, яким можуть відповідати 1024 різні інформаційні послідовності на вході кодера тривалістю по 10 біт.

Для реалізації ідеї турбокодування (див. ЛР № 5) розроблено схеми рекурсивних систематичних згорткових кодерів на виході, яких у кодових словах містяться інформаційні біти [4]. Нижче наведена схема рекурсивного згорткового кодера з відносною швидкістю $R = 1/2$ та $df = 5$.

a_i

Мал. 2.4 – Рекурсивний згортковий кодер:
 $a_i, a_i - 1, a_i - 2$ – комірки пам'яті кодера, $C1, C2$ – суматори за mod 2

На рис. 2.5 для порівняння показані фрагменти РД несистематичного та рекурсивного згорткових кодів.

00 00
w00
11 11

w_{10} 11 11
00 00

10 10
w01 01 01

01 01
 w_{11}

а) б)

Рисунок 2.5 – Фрагменти ґратчастих діаграм коду (7, 5):
а – кодові слова гілок РД несистематичного коду; б – кодові слова
гілок РД рекурсивного систематичного коду декодера

Єдина відмінність РД полягає в тому, що переходи в стан $w00, w10, w01$ і $w11$ відбуваються при різних значеннях біт a_i на вході кодера. Ця обставина враховується під час декодування такого коду.

Для порівняння кодера коду (7, 5) з іншим кодером розглянемо приклад побудови ґратчастої діаграми для НСК з $\square = 3$, заданого багаточленами, що породжують

$$G_1(D) = D^3 + D^2 + D + 1 \text{ та } G_2(D) = D^3 + D^2 + 1.$$

Цей та інші, складніші НСК у літературі з кодування прийнято представляти у дещо іншому вигляді, користуючись двійковою системою числення для відображення зв'язків у схемі кодера, саме $G_1 = 1.111$ і $G_2 = 1.101$. Для більш короткого запису, використовуючи вісімкову систему числення, цей код можна подати у вигляді (17, 15). Функціональна схема кодера НСК (17, 15), пам'ять якого $\square = 3$ з числом станів $2^\square = 8$: $w000, w100, \dots, w111$ наведено на рис. 2.6.

$z1i$

$z2i$

Рисунок 2.6 – Функціональна схема кодера НСК (17, 15)

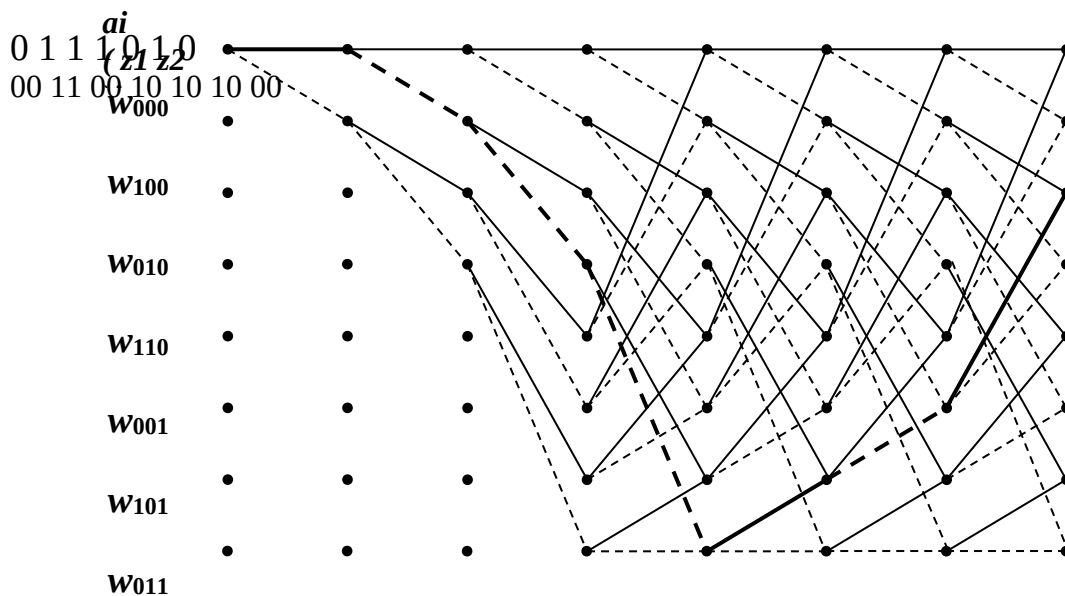
Можливі переходи станів кодера з початкового стану осередків пам'яті $wi - 1$ до наступного стану wi зі значеннями вхідних бітів ai та кодових слів $(z1 z2)i$ наведені у табл. 2.1. Гратчаста діаграма кодера (17, 15), що відображає періодичність зміни в часі станів осередків пам'яті кодера, показано на рис. 2.7.

Таблиця 2.1 - Таблиця можливих переходів у РД кодера коду НСК (17, 15)

$N_{\text{б}}$	ai	$wi-1$	wi	$(z1z2)$ I	$N_{\text{б}}$	ai	$wi-1$	wi	$(z1z2)$ I
0	0	000	000	00	4	0	001	000	11
	1	000	100	11		1	001	100	00
1	0	100	010	11	5	0	101	010	00
	1	100	110	00		1	101	110	11
2	0	010	001	10	6	0	011	001	01
	1	010	101	01		1	011	101	10
3	0	110	011	01	7	0	111	011	10
	1	110	111	10		1	111	111	01

Слід зазначити, що, як і для НСК (7, 5), у кодi, що розглядається, iснують всього два вихiднi переходи з кожного стану, вiдповiдних двом можливим вхiдним бiтам. У кожен стан можна увiйти лише за вхiдних одиничних чи нульових бiтах. Вiдзначимо також, що зi стану 000 можна перейти в стан 111 тiльки за трьома переходами: $w000 \rightarrow w100 \rightarrow w110 \rightarrow w111$.

Визначимо вiльну кодову вiдстань df коду (17, 15) знаходженням мiнiмальної ваги шляху, що виходить зi стану $w000$ i входить до нього. Перший шлях проходить за станами РД $w000 \rightarrow w100 \rightarrow w100 \rightarrow w000$. Вiдповiдно до табл. 2.1, двiйкова послiдовнiсть цього шляху вiдповiдає кодовим словам 11, 10, 11 i 11, вага якого $Wt = 7$. Другий шлях – $w000 \rightarrow w100 \rightarrow w110 \rightarrow w011 \rightarrow w001 \rightarrow w000$ можна представити кодовими словами 1,0 з вагою $Wt = 6$. Усi наступнi можливi шляхи $w000 \rightarrow \dots \rightarrow w000$ мають ваги $Wt > 6$. Тому для коду (17, 15) $df = 6$, оскiльки $Wt = 6$.



Малюнок 2.7 - Гратчаста діаграма НСК (17, 15)

На жаль, несистематичні згорткові коди мають загальний недолік, що полягає в тому, що зі зростанням пам'яті кодера число кодових станів РД зростає як ступінь двійки від цілого позитивного числа, а це, як буде показано далі, при декодуванні за алгоритмом Вітербі призводить до експоненційного зростання складності декодера [4].

3 Домашнє завдання

3.1 Показати шлях кодових слів $(z_1 \ z_2)$ і РД кодера для коду (17, 15) при кодуванні двійкових символів 0 1 1 0 1 0 1.

4 Контрольні питання

- 4.1 З яких компонентів складається кодер НСК (7, 5)?
- 4.2 Що таке діаграма станів кодера (7, 5)?
- 4.3 Який вид має гратчаста діаграма кодера (7, 5)?
- 4.4 У чому відмінність гратчастої діаграми кодера (17, 15) від гратчастої діаграми кодера (7, 5)?

Практичне заняття №2

Декодування НСК за алгоритмом Вітербі у метриці Хеммінга

1. Мета заняття

Вивчення принципу декодування НСК (7, 5) згідно з алгоритмом Вітербі з жорстким відображенням кодових символів на вході декодера, тобто при $a_i = 0$ або 1.

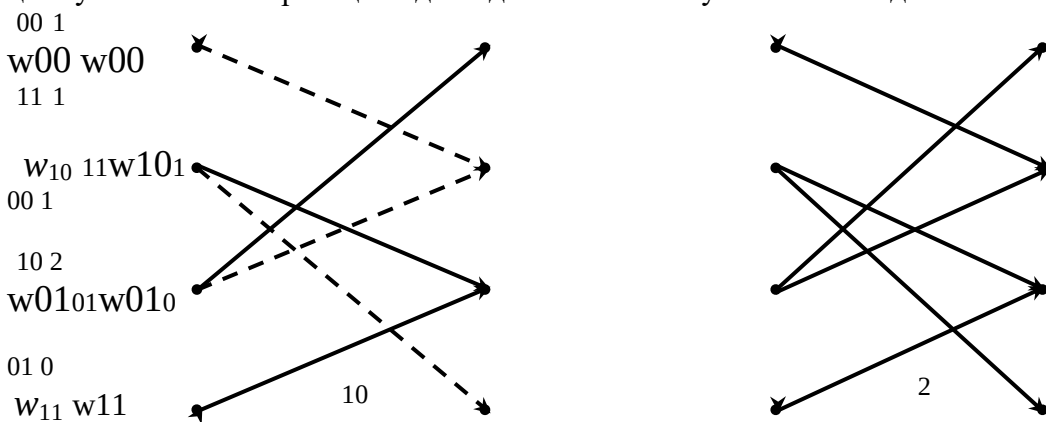
2 Ключові положення

Алгоритм Вітербі у метриці Хеммінгу

Насправді процес декодування згідно з алгоритмом Вітербі (АВ) починається з обчислення міри схожості прийнятих кодових слів $(v_1 v_2)_i$ з усіма можливими кодовими двобітовими словами кодера $(z_1 z_2)_i$, тобто 00, 10, 01 і 11. Така процедура називається визначенням метрик гілок (МВ), що відображає вагу гілок РД декодера. Якщо покласти, що у певний час прийнято кодове слово $(v_1 v_2) = 01$, то метрики гілок матимуть такі значення:

$(01 \square 00) = 01$; $MB_{00} = 0 + 1 = 1$; $(01 \square 10) = 11$; $MB_{10} = 1 + 1 = 2$;
 $(01 \square 01) = 00$; $MB_{01} = 0 + 0 = 0$; $(01 \square 11) = 10$; $MB_{11} = 1 + 0 = 1$.

По суті, MB_{00} , MB_{10} , MB_{01} , MB_{11} відповідають коефіцієнтам взаємної кореляції між прийнятим кодовим словом $(v_1 v_2)$ і кожним із можливих кандидатів переданих слів. При цьому найбільша кореляція відповідає найменшому значенню відстані по Хеммінгу.



а) б)

Рисунок 2.1 – Фрагменти ґратчастих діаграм коду (7, 5):
а – кодові слова гілок РД кодера; б – метрики гілок декодера

На рис. 2.1, а наведено фрагмент ґрат кодера коду (7, 5) на інтервалі $t_0 = t_i - t_i - 1$ із зазначеними кодовими словами гілок на виході кодера $(z_1 z_2)$, а на рис. 2.1 б показаний фрагмент ґратчастої діаграми декодера з відповідно зазначеними метриками гілок при $(v_1 v_2) = 01$.

Таким чином, РД декодера відрізняється від РД кодера тим, що в ній гілки (ребра) решітки відображають відстані по Хеммінгу між прийнятими кодовими словами $(v_1 v_2)$ і можливими переданими кодовими словами кодера $(z_1 z_2)$ і, тобто є МВ прийнятих із каналу кодових слів.

Арифметична сума метрик попередніх станів $w_{00}(i - 1)$,

$w_{10}(i-1)$, $w_{01}(i-1)$, $w_{11}(i-1)$ і метрик гілок MB00, MB10, MB01, MB11, що приходять в даний момент у кожний вузол решітки з урахуванням вибору мінімального значення двох гілок, дає значення метрик станів (МС) вузлів решітки декодера. Для коду (7, 5) процедура обчислення МС може бути представлена таким чином:

$$\begin{aligned}w_{00}(i) &= \min [(w_{00}(i-1) + MB_{00}(i)) \square (w_{01}(i-1) + MB_{11}(i))]; \\w_{10}(i) &= \min [(w_{00}(i-1) + MB_{11}(i)) \square (w_{01}(i-1) + MB_{00}(i))]; \\w_{01}(i) &= \min [(w_{10}(i-1) + MB_{10}(i)) \square (w_{11}(i-1) + MB_{01}(i))]; \\w_{11}(i) &= \min [(w_{10}(i-1) + MB_{01}(i)) \square (w_{11}(i-1) + MB_{10}(i))].\end{aligned}$$

Тут графічний символ $\square$, що позначає функцію диз'юнкції, тобто логічну операцію "АБО", виконує поділ двох елементів, з яких вибирається у всіх випадках величина з мінімальним значенням метрик станів.

Сума MB та значень попередніх МС вузлів решітки, що проходять за різними напрямками ґратчастої діаграми декодера, утворює метрику шляху (МП). В результаті декодування, коли дискретні моменти часу i набувають значення 0, 1, 2, 3, . . . , N, у ґратчастій діаграмі може бути утворено $2^N + N - 1$ шляхів, що мають на кожному кроці різні стани вузлів решітки. Серед цієї безлічі шляхів існує один шлях, який називається тим, що вижив. Характерною рисою шляху, що вижив є мінімальні значення МС, що відповідає мінімуму відстані по Хеммінгу кодових слів по переходах РД декодера $(x_1 x_2)_i$ порівняно з прийнятими кодовими словами $(v_1 v_2)_i$ і повідомлення

$$\square_{i=0}^N \{ (x_1 x_2)_i \square (v_1 v_2)_i \} = \min d(XN, VN).$$

Ідея декодування згорткових кодів за алгоритмом Вітербі полягає у виборі деяким способом шляху XN по ґратчастій діаграмі декодера:

$$XN = (x_1 x_2)_i, (x_1 x_2)_{i-1}, (x_1 x_2)_{i-2}, \dots, (x_1 x_2)_{i-N}$$

внаслідок простеження станів вузлів решітки декодера, який найкраще узгоджується з прийнятою з каналу двійковою послідовністю

$$VN = (v_1 v_2)_i, (v_1 v_2)_{i-1}, (v_1 v_2)_{i-2}, \dots, (v_1 v_2)_{i-N},$$

що відповідає мінімальній відстані по Хеммінгу

$$d(VN, XN) = \min (VN \square XN).$$

Як приклад на рис. 2.2 показаний вибір на інтервалі часу $10 \square 0$ найбільш оптимального шляху з двох можливих X(1) та X(2) по РД декодера порівняно з прийнятою послідовністю кодових слів V.

$$(z_1 z_2)_i \square 11 \ 01 \ 10 \ 01 \ 11 \ 11 \ 10 \ 11 \ 00 \ 11$$

$$V \square 11 \ 01 \ 10 \ 01 \ 10 \ 11 \ 10 \ 11 \ 00 \ 11$$

$$i \square 0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 10$$

$$w_{00}$$

$$w_{10}$$

$$w_{01}$$

X(1) □ 11 01 10 01 11 11 10 11 00 11

X(2) □ 11 01 10 01 10 01 01 11 00 11

Рисунок 2.2 – Вибір оптимального шляху РД декодера

Перший шлях X(1) по РД декодера проходить вузлами решітки зі станами $w_0 \rightarrow w_1 \rightarrow w_3 \rightarrow w_3 \rightarrow w_2 \rightarrow w_0 \rightarrow w_1 \rightarrow w_2 \rightarrow w_0 \rightarrow w_0 \rightarrow w_1$.

Другий альтернативний шлях X(2), що утворився в результаті одноразової помилки на четвертому такті, після розгалуження і до злиття на тактах 4 і 7 проходить вузлами решітки декодера зі станами

$w_0 \rightarrow w_1 \rightarrow w_3 \rightarrow w_3 \rightarrow w_2 \rightarrow w_1 \rightarrow w_3 \rightarrow w_2 \rightarrow w_0 \rightarrow w_0 \rightarrow w_1$.

Сумарна за Хеммінгом метрика шляху X(1) визначається як сума метрик гілок

$$\sum_{i=0}^N (x_1 x_2)_i^{(1)} = 6,$$

а метрика шляху X(2) – як

$$\sum_{i=0}^N (x_1 x_2)_i^{(2)} = 7.$$

З двох шляхів, що виходять із вузла, що має мінімальну МС, зберігається лише той шлях, який має менше значення. Таким чином, шлях X(1) вижив. І дійсно, порівнюючи біти шляхів X(1) та X(2) з канальними символами на вході декодера V, які показані на рис. 2.2, отримуємо

$d(X(1), V) = 1$ і $d(X(2), V) = 3$.

Очевидно, згідно з відстанню по Хеммінгу або мірою правдоподібності, слід віддати перевагу шляху X(1), як найбільш ймовірному відображенню переданих кодером кодових слів $(z_1 z_2)_i$, і при цьому одноразова помилка на п'ятому такті виправляється: $(10 \square 01) \square 11$.

Розглянутий приклад відображає основу алгоритму Вітербі, що полягає у виборі шляху з найменшою метрикою станів РД декодера. Такий метод декодування НСК та інших кодів часто називають декодуванням максимально правдоподібності.

Приклади пошуку шляхів, подібних до X(1) і X(2), по гратчастій діаграмі декодера для НСК (7, 5) з параметрами $df = 5$, $\square = 2$, $N_a = 6$ і $R = 1/2$ описані в [4, 5, 7, 8], і так як ця процедура далі не використовується, повторювати її недоцільно.

Нижче за результатами моделювання гратчастої діаграми декодера коду (7, 5) на рис. 2.3 наведено обчислені значення МС для випадку, коли інформаційна послідовність являє собою одиниці, що чергуються, і нулі “точки” (1: 0) і в каналі під дією перешкод утворюються помилки: одноразова при $i = 6$ і дворазова – при $i = 12$.

ai 0 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0

z1z 00 00 11 10 00 10 00 10 00 10 00 10 00 10 00 10 00 10

wo 00 00 00 00 00 00 10 00 00 00 00 00 11 00 00 00 00 00 00

v1v 00 00 11 10 00 10 00 00 00 10 00 10 00 01 00 10 00 10 00 10

Рисунок 2.3 – Приклад РД із обчисленими програмним способом значеннями МС вузлів решітки

Тут: a_i - Інформаційна послідовність типу "точки"; $z_1 z_2$ – кодові слова на виході декодера; w_0 – вектор помилки; $v_1 v_2$ – послідовність кодових слів, що декодується, на виході демодулятора; i – відліки дискретних моментів часу; w_{00} , w_{10} , w_{01} , w_{11} – метрики станів кодової решітки декодера Вітербі.

Розглядаючи рис. 2.3 можна побачити, що з появою помилок в РД декодера відбувається зростання значень метрик шляху з мінімальними значеннями і при цьому одноразова помилка в кодових словах $(v_1 v_2)_i$ призводить до підвищення мінімального значення МС вузлів решітки декодера на одиницю найкращого шляху, вказаного стрілками на малюнку, а за дворазової помилки – на дві одиниці. В результаті цих обставин відбувається розгалуження шляху мінімальних значень МС. Надалі розгалужені шляхи зливаються в один, якому відповідає відстань за Хеммінгом $d(XN, VN) = 0$ до появи наступних помилок у кодових словах $(v_1 v_2)_i$.

На рис. 2.4 наведено фрагмент РД на інтервалі дискретних моментів часу $i = 6, \dots, 12$ і показана можливість визначення на цій ділянці шляху, що вижив після розгалуження при утворенні одиночної помилки при $i = 6$ до моментів злиття їх при $i = 9, 10$ і 12 .

Перший можливий шлях РД можна представити значеннями метрик станів 0, 1, 1 з вагою шляху $W_t = 3$; другий шлях - 0, 1, 2, 1 з вагою $W_t = 4$, так як при $i = 9$ шляху по РД зливаються; третій – 0, 1, 2, 3, 1 з $W_t = 7$ та четвертий шлях – 0, 1, 2, 3, 3, 4, 1 з $W_t = 14$. Усі можливі конкуруючі шляхи мають вагу більше ваги з мінімальними значеннями метрик станів 0, 1, 1, 1, 1, 1 і тому при декодуванні виключаються.

i	...	6	7	8	9	10	11	12
w_{00}	...	2	2	2	3	3	4	3
w_{10}	...	0	3	1	3	1	4	1
w_{01}	...	3	1	2	1	3	1	4
w_{11}	...	3	1	2	2	3	3	4

Рисунок 2.4 – Вибір шляху декодування за результатами ваги метрик станів вузлів ґрат.

3 Домашнє завдання

3.1 Обчисліть метрики гілок РД декодера прийнятого кодового слова $(v_1 v_2) = 11$.

4 Контрольні питання

4.1 Що таке метрика гілки та як вона обчислюється для кодових слів $(v1\ v2) = 11, 00$ та 01 ?

4.2 Яким чином визначаються метрики станів вузлів ґратчастої діаграми декодера?

4.3 Яка особливість шляху, що вижив, в порівнянні з альтернативними шляхами по ґратчастій діаграмі декодера?

Практичне заняття №3

Апаратна реалізація та імітаційне моделювання декодера Вітербі НСК (7, 5)

1 Мета заняття

Вивчення питань апаратної (мікросхемної) та програмної реалізації декодера Вітербі найпростішою, з методичної точки зору, мовою програмування Borland Pascal 7.0.

2 Ключові положення

Одним з основних положень, що розглядаються тут, є апаратна реалізація декодера Вітербі. Розглядаються не всі подробиці побудови декодера, проте вважаємо, що сказаного буде цілком достатньо для розуміння механізму роботи декодера Вітербі, що реалізує декодування по максимуму правдоподібності, який має порівняно просту схему в порівнянні зі схемами декодерів блокових кодів з виправленням багаторазових помилок. Апаратна реалізація такого декодера частково розглянута у [5, 7].

Вважаємо, що після ознайомлення з наведеним матеріалом, зацікавлений студент, з метою подальшої роботи над дипломним проектом з теми підвищення достовірності при передачі цифрових повідомлень методами завадостійкого кодування, зможе легше і краще зрозуміти важкий матеріал, пов'язаний з м'яким декодуванням по АВ, що здійснюється поданням на вхід декодера квантованого за рівнем сигналу демодулятора.

Структурну схему декодера Вітербі для СК (7, 5) наведено на рис. 2.1.

Малюнок 2.1 – Структурна схема декодера Вітербі для коду (7, 5):

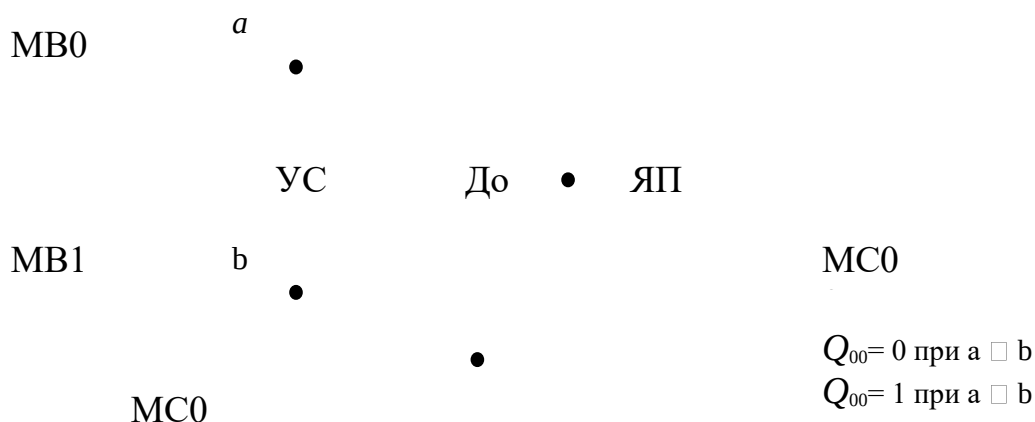
ДМ – демультиплексор, який формує з урахуванням внутрішніх синхронізуючих імпульсів кодові слова ($v_1 v_2$); MB00, MB01, MB10 та MB11 – блоки обчислення метрик гілок за прийнятими кодовими словами ($v_1 v_2$); УВМС - пристрій обчислення МС гратчастої діаграми декодера і формування двійкових керуючих сигналів Q00, Q10, Q01, Q11 для визначення шляху, що вижив; ДЗУ – декодуючий пристрій з 2^m послідовними регістрами зсуву; УТВС – влаштування тактової синхронізації демультиплексора та всіх блоків декодера; ВУ - вихідний пристрій декодера, що реєструє значення декодованих бітів

Обчислення МВ для визначення шляху, що вижив, виконується за допомогою логічних елементів пристроїв МВ00, ..., МВ11, що виконують операції складання по mod 2 відповідно до рівностей:

$$\text{МВ00} = x_1 x_2; \text{МВ10} = x_1 x_2 \square 10;$$

$$\text{МВ01} = x_1 x_2 \square 01; \text{МВ11} = x_1 x_2 \square 11.$$

Обчислення значень МС вузлів РД виконується пристроєм, який називається процесором декодера. Містить він $2^2 = 4$ логічні блоки, які виконують операції складання, порівняння та вибору (ССВ) мінімального значення метрик станів вузлів РД. При апаратній реалізації декодера алгоритму Вітербі всі блоки процесора реалізуються на цифрових елементах за схемою, представленою на рис. 2.2.



Малюнок 2.2 – Пристрій додавання, порівняння та вибору (ССВ) мінімального значення метрик станів:

С1, С2 – арифметичні суматори; УС - пристрій порівняння чисел а та b;

К – комутатор вибору найменшого значення метрики стану;

ЯП – осередок пам'яті

Тут слід зазначити, що для НСК, що володіють більш високою здатністю коригування, як, наприклад, для кодів (17, 15) з $\square = 3$, $df = 6$ і (35, 23) з $\square = 4$, $df = 7$, процесори містять 8 та 16 блоків ССВ для обчислення МС вузлів решітки декодера.

Для коду (7, 5) дані про можливі переходи в гратчастій діаграмі декодуєного пристрою (ДЗУ) між станами w_{00} , w_{10} , w_{01} і w_{11} визначаються сигналами процесора в двійковій формі Q_{00} , Q_{10} , Q_{01} і Q_{11} залежно від знаків нерівностей арифметичних обчислень МС вузлів решітчастої діаграми декодера наступним чином:

$$(w_{00}(i-1) + \text{МВ00}(i)) < > (w_{01}(i-1) + \text{МВ11}(i)) \quad Q_{00} = 0 \quad Q_{00} = 1$$

$$(w_{00}(i-1) + \text{МВ11}(i)) < > (w_{01}(i-1) + \text{МВ00}(i)) \quad Q_{10} = 0 \quad Q_{10} = 1$$

$$(w_{10}(i-1) + \text{МВ10}(i)) < > (w_{11}(i-1) + \text{МВ01}(i)) \quad Q_{01} = 0 \quad Q_{01} = 1$$

$$(w_{10}(i-1) + \text{МВ01}(i)) < > (w_{11}(i-1) + \text{МВ10}(i)) \quad Q_{11} = 0 \quad Q_{11} = 1.$$

Тут графічні знаки позначають порівняння позитивних чисел.

Двійкові виходи Q_{00} , ..., Q_{11} процесора дають можливість визначити шлях, що вижив по гратчастій діаграмі ДЗУ, яка являє собою дзеркальне відображення решітки декодера. Необхідність застосування в декодері таких грат стає очевидною з наступного.

Якщо звернути увагу до рис. 2.3 а, на якому наведена роздруківка метрик станів кодової решітки за наявності помилково прийнятого біта в кодовому слові на 20-му такті (одинакова помилка), то видно, що при русі по ній зліва направо при появі помилки ймовірний шлях, що вижив (він показаний стрілками потовщених ліній) розгалужується за можливими гілками кодової решітки. Однак можна також побачити, що при русі у зворотному напрямку цим шляхом він виявляється нерозгалужується. Ось тому пристрій, де здійснюється визначення шляху, що вижив, і зчитуються декодовані інформаційні біти, будується на основі дзеркально відображеної решітки декодера, що показано на рис. 2.3 б.

18 19 20 21 22 22 21 20 19 18

а) б)

Малюнок 2.3 – Траєкторії шляхів по РД у прямому та реверсному напрямках:
 а- Траєкторія можливого вижила шляху по РД декодера; б - траєкторія шляху, що вижив по РД декодує ЗУ

Тут роль вузлів решітки виконують логічні елементи "І" та "АБО". Поодинокі значення з їхньої виходах для тестуючих імпульсів утворюють провідну ланцюг, а нульові – розірвані ланцюга. На рис. 2.4 наведено один з найпростіших варіантів ДЗУ декодера Вітербі із застосуванням логічних елементів і осередків пам'яті на тригерах $T0i$, $T1i$, $T2i$, $T3i$, за допомогою яких визначається шлях, що вижив по отриманій інформації від процесора декодера. Читання бітів шляху, що вижило, з урахуванням станів вихідних тригерів ДЗУ $T0i - zu$, $T1i - zu$, $T2i - zu$, $T3i - zu$, виконується RS тригером вихідного пристрою (можливий інший варіант ВУ). Тут в індексах zu - кількість осередків пам'яті в послідовних регістрах зсуву в ДЗУ, або, іншими словами, глибина шляху при декодуванні інформаційних бітів по шляху, що вижив.

Таким чином, на кожному етапі декодер крок за кроком обробляє відповідним чином прийняту каналну послідовність і знаходить найбільш правдоподібний шлях по РД ДЗУ $(x1\ x2)i$, $(x1\ x2)i - 1$, ...,

$(x1\ x2)i - zu$ до шляху, сформованому кодером $(z1\ z2)i$, $(z1\ z2)i - 1$, ... на передавальній стороні каналу зв'язку.

Для полегшення розуміння процесу визначення шляху, що вижив, в електронній решітці ДЗУ декодера Вітербі на рис. 2.5 а представлені послідовності двійкових символів: Sig - інформаційна послідовність на вході кодера; WK - кодові слова на виході кодера; WO – вектори помилок у каналі

ДСК; v_1 v_2 – прийняті кодові слова, які виявилися спотвореними під впливом помилок двадцятого кодового слова.

Малюнок 2.5 б ілюструє розподіл значень МС вузлів решітки декодера коду (7, 5), які отримані в результаті моделювання. Тут також можна побачити розбіжності шляху, що вижив, по двох напрямках кодової решітки, що мають однакові метрики при утворенні помилково прийнятих кодових слів. У результаті це призводить до збільшення значень метрик станів найбільш правдоподібного шляху кодовими ґратами декодера. Характерною особливістю цього шляху, за винятком моментів після прийому помилково прийнятих кодових слів, є мінімальне значення однієї з метрик станів w_{00} , w_{10} , w_{10} та w_{11} . У міру зростання значення цього параметра можна будувати висновки про частоті появи помилково зафіксованих демодулятором символів на вході декодера.

На рис. 2.5, наведено роздрукування двійкових сигналів на виходах логічних елементів “АБО” (D_0 , D_1 , D_2 і D_3) ДЗП, в якому протяжність довжини шляху, що вижила, становить 16 біт ($j = 25 \dots 10$). Тут слід також відзначити, що одиничні символи відповідають електричному ланцюзі шляху, що вижив, в РД з дзеркальним відображенням. Показовим у цьому випадку (див. рис. 2.5, б) є те, що на тимчасовому такті $i = 20$ в результаті дії перешкоди відбувається розгалуження шляху, що вижив, з нульовими значеннями МС у прямому напрямку. Однак у реверсному напрямку, незважаючи на це, шлях, що вижив, не розгалужується і йде по правильному напрямку. На цьому малюнку траєкторія шляху, що вижив, по РД ДЗУ при помилково прийнятому двійковому символі в кодовому слові також показана стрілками.

Внаслідок подачі тестуючого імпульсу на входи логічних схем $C_0 \dots C_7$ на кожному кроці декодування безперервно визначається шлях, що вижив, починаючи з останніх введених в пам'ять шляхів від процесора декодера. Як видно з наведеної роздруківки станів логічних елементів D_0 , D_1 , D_2 і D_3 ДЗП, що вижив шлях, за наявності помилково зареєстрованого демодулятором символу в 21-му кодовому слові, відповідає траєкторії по решітці декодера при кодуванні послідовності двійковими символами датчика ПСП-63.

Рисунок 2.4 – Функціональна схема декодуючого ЗУ

Sig0 0 1 0 1 0 0 1 1 1 1 0 1 0 0 0 1 1 1 0 0 1 0 0
 WK11 00 11 10 00 10 11 11 01 10 10 01 00 10 11 00 11 01 10 01 11 11 10 11
 WO00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 01 00 00 00 00 00 00 00
 v1v211 00 11 10 00 10 11 11 01 10 10 01 00 10 11 00 10 01 10 01 11 11 10 11

a)
 i 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28
 W000 0 2 3 2 3 0 2 3 3 3 2 3 0 0 1 2 3 3 1 3 4 1
 W102 20 3 0 3 2 0 3 3 3 3 0 3 2 2 1 2 3 3 3 1 4 3
 W013 3 30 3 0 3 3 2 2 2 0 3 0 3 3 2 3 2 1 4 4 1 4
 W113 3 3 2 3 2 3 3 0 0 0 2 3 2 3 3 3 1 1 3 4 4 3 4

б)
 j 25 24 23 22 21 20 19 18 17 16 15 14 13 12 11 10

ДЗУ
 D0 1 0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0
 D1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 1
 D2 0 1 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 1 0
 D3 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 1 1 1 0 0 0 1

в)
 Зігнав від датчика ПСП-63: 0 0 1 0 1 0 0 1 1 1 1 0 1 0 0 0 1 1 1 0 0 1 0 0 1
 Сигнал на виході декодера Вітербі: 0 0 1 0 1 0 0 1 1 1 1 0 1 0 0 0 1 1 1 0 0 1 0 0 1

Рисунок 2.5 – Ілюстрація процесу декодування по максимуму правдоподібності

а- Послідовності двійкових сигналів; б - траєкторія дороги, що вижила в РД декодера; в – траєкторія ланцюга декодування РД ДЗУ з дзеркальним відображенням РД декодера

Довжина пам'яті ДЗП при $R = 1/2$ для коду (7, 5) відповідає приблизно трьом-п'яти довжин кодового обмеження, тобто довжина пам'яті може бути обрана в межах від 18 до 30 біт. [5] наведена залежність значення пам'яті ДЗУ від значення ДКО для декодерів з відносними швидкостями $R = 1/2, 2/3$ і $3/4$.

Нижче наведено роздруківку результатів імітаційного моделювання декодера максимальної правдоподібності коду (7, 5) у ДСК при ймовірності помилки в каналі $p_0 = 0,01$ при довжині пам'яті ДЗУ декодера 22 біт.

$P_0 = 1.00E-02$ ДЗП = 22 біт
 $I = 5000000$ $I_k = 99811$ $K_k = 9.98E-03$ $I_d = 244$ $K_d = 4.88E-05$
 $I = 10000000$ $I_k = 199933$ $K_k = 9.98E-03$ $I_d = 477$ $K_d = 4.77E-05$ $W = 2.1E+02$
 S1 01.00.00.11.00.01.01.00.11.11.01.00.01.11.00.10.01.01.10.11.10.11.00.11.01.01.01.11
 WO 00.10.01.00.00.00.00
 R1 01.00.00.11.00.01.01.00.11.11.01.00.01.11.00.10.01.01.10.11.10.11.00.11.01.01.01.11

Для порівняння коригуючої здатності тут наведено результати імітаційного моделювання СК (17, 15) та (35, 23) при передачі від датчика ПСП-63 та вибірці $L = 10.000.000$ біт з ймовірністю помилки в каналі ДСК $p_0 = 0,01$:

- 1) (17, 15), $I_k = 199933$, $I_d = 273$, $K_d = 2,7 E-05$, $W = 370$, ДЗП = 30 біт;
- 2) (35, 23), $I_k = 199933$, $I_d = 31$, $K_d = 3,1 E-06$, $W = 3220$, ДЗП = 42 біт.

Тут I_k – число помилок у каналі ДСК, I_d – число не виправлених бітів на виході декодера, $W = K_0/K_d$ за ймовірністю помилки.

Малюнок 2.6 – Блок-схема алгоритму Вітербі

На рис. 2.6 наведено блок-схему алгоритму роботи при апаратній та програмній реалізації декодера Вітербі з кодовою швидкістю $R = 1/2$. Тут представлена група операторів без імені, що дозволяють імітувати роботу вузлів каналу зв'язку, функціонування окремих блоків декодера та виконувати розрахунки їхніх параметрів мають такий зміст:

- 1 - введення p_0 , N_t , DZU ;
- 2 - лічильники поточних циклів обробки $I := I + 1$, $I_i := I_i + 1$;
- 3 – датчик ПСП-63;
- 4 – кодер НСК (7, 5);
- 5 – ДСК та лічильник помилок на його виході I_k ;
- 6 – обчислення метрик гілок MB_0 , MB_1 , MB_2 та MB_3 ;
- 7 - обчислення метрик станів вузлів РД декодера $w_{00}, \dots, w_{11}$;
- 8 – формувач сигналу тестування ДЗП;
- 9 – регістр затримки інформаційних бітів;
- 10 - група операторів, що реалізує функціонування ДЗП;
- 11 – порівняння бітів на вході кодера та виході декодера;
- 12 - лічильник помилок на виході декодера I_d ;
- 13 - зсув вмісту осередків пам'яті ДЗП;
- 14 – порівняння $I_i = q_2$;
- 15 - виведення проміжних результатів обчислень;

16 – порівняння $I > Nt$;

17 – обчислення кінцевих параметрів декодера p_k , p_d та W ;

18 - виведення кінцевих результатів обчислень.

Роздрукування програми, що імітує роботу кодека коду (7, 5) алгоритмічною мовою Borland Pascal 7.0 наведено в додатку В.

Про складність декодера при програмній реалізації коду (35, 23) порівняно з кодом (7, 5), у сенсі кількості операцій, що виконуються, можна судити і за наведеною роздруківкою програми кодека в додатку В.

3 Домашнє завдання

3.1 Скласти структурну схему декодера Вітербі для коду (17, 15).

4 Контрольні питання

4.1 Яка причина побудови РД ДЗП із дзеркальним відображенням порівняно з РД декодера?

4.2 З яких логічних схем складається ДЗП при апаратній реалізації декодера Вітербі?

4.3 Яку функцію виконують комірки пам'яті T_0 , T_1 , T_2 та T_3 у ДЗП?

Практичне заняття №4

Підвищення достовірності дискретних повідомлень з повторенням передачі простим кодом

1 Мета заняття

Мета практичного заняття – показати, що підвищення надійності передачі дискретних повідомлень досягається не тільки введенням надлишкових символів при використанні коригувальних помилок кодів, а й повторною передачею кодових комбінацій простим кодом.

2 Ключові положення

Одним з можливих простих способів, що не вимагають значних апаратних витрат для підвищення перешкоди, є метод передачі дискретних повідомлень з $j = 2i + 1$ ($i = 1, 2, 3, \dots$)-кратним повторенням кодових комбінацій (КК) [1, 2]. І тут станції прийому порівнюються прийняті КК і з більшості збігаються ознак їх ідентичності приймається знак системи листи переданого дискретного повідомлення. Нижче, як приклад, у табл. 2.1 представлений результат передачі та прийому кількох п'ятизначних кодових комбінацій з триразовим повторенням, де d_{12} , d_{23} , d_{31} – відстані по Хеммінгу прийнятих повторно КК; i – номер повторної передачі.

Таблиця 2.1 - Перевірка на достовірність прийнятих КК

Передача		00100	11010	10100	10111	10001
Прийом	$i=1$	00101	11010	10110	10111	10011
	d_{12}	1	0	1	0	1
	$i=2$	00100	11010	10101	10111	10011
	d_{23}	0	0	1	1	2
	$i=3$	00100	11010	10100	10110	10101
	d_{31}	1	0	1	1	2
Невизначеність				xxxxx		xxxxx
Результат прийому		00100	11010	10110	10111	10011

При передачі одного стандартного знака обміну інформацією каналом з незалежними помилками, згідно з теоремою множення ймовірностей, три КК будуть прийняті правильно з ймовірністю $q_k = (1 - p_k)^3$, де p_k – ймовірність прийому КК з помилкою будь-якої кратності. Це відповідає випадку, коли $d_{12} = d_{23} = d_{31} = 0$. Наступний можливий варіант прийому КК, при якому може бути використаний вибір найбільш правдоподібної КК, є прийом двох з трьох правильно прийнятих КК, що відповідає одній з можливих умов: 1) $d_{12} = 0$, $d_{23} \neq 0$, $d_{31} \neq 0$; 2) $d_{23} = 0$, $d_{12} \neq 0$, $d_{31} \neq 0$; 3) $d_{31} = 0$, $d_{23} \neq 0$, $d_{12} \neq 0$. Ймовірність помилки такої будь-якої події, згідно з формулою Бернуллі, дорівнюватиме $C_{31} p_k (1 - p_k)^2$, де C_{31} – число випадків, коли з трьох КК одна прийнята з помилково зареєстрованими бітами; p_k – ймовірність прийому однієї КК з помилками,

На рис. 2.1 наведено схему, що реалізує прийом цифрових повідомлень методом триразового повторення переданої КК.

Малюнок 2.1 – Схема приймача з триразовим повторенням КК:

К1 - комутатор, що розподіляє прийняті кодові комбінації; РГ1, РГ2, РГ3 – послідовні реєстри порівняння прийнятих КК; СМ1, СМ2, СМ3 – суматори по mod 2, що виконують порівняння першої та другої, другої та третьої, третьої та першої кодових комбінацій; УВ1, УВ2, УВ3 - пристрої вибору найбільш правдоподібною прийнятої КК за результатами підсумовування mod 2; К2 – комутатор видачі прийнятої кодової комбінації

Як впливає зі схеми, згідно з теоремою складання несумісних подій [3], ймовірність того, що три або дві КК при триразовому повторі будуть прийняті безпомилково з ймовірністю

$$Q_n = (1 - p_k)^3 + 3p_k(1 - p_k)^2,$$

а ймовірність помилкового прийому

$$p_{\text{рош}} = 1 - (1 - p_k)^3 - 3p_k(1 - p_k)^2. \quad (2.1)$$

Розглянемо метод повторної передачі на конкретному прикладі при передачі каналом з частотною модуляцією. Обчислимо ймовірність помилки у каналі з ЧС при некогерентному методі прийому, що в даному випадку визначається формулою

$$P_0(h) = 0,5 \exp(-h^2/2),$$

де h – відношення сигнал/шум за $\square F = 1/\square 0$. За $h = 3$ рош = $5,5 \cdot 10^{-3}$. Ймовірність помилкового прийому п'ятизначної кодової комбінації при найбільш ймовірній одноразовій помилці можна визначити також за формулою Бернуллі

$$p_{0 \text{ 1кк}} = C_{51} p_0 (1 - p_0)^4 = 0,027.$$

Ймовірність дворазової помилки

$$P_{0 \text{ 2кк}} = C_{52} p_{02} (1 - p_0)^3 = 3,03 \cdot 10^{-4},$$

що можна не враховувати, оскільки це також є фактом спотворення КК, але з меншою ймовірністю. Згідно з виразом (2.1) отримуємо, що ймовірність помилкового прийому КК

$$p_{0 \text{ шкк}} = 1 - (1 - p_{0 \text{ кк}})^3 - 3p_{0 \text{ кк}} (1 - p_{0 \text{ кк}})^2 = 2,1 \cdot 10^{-3}.$$

Таким чином, виграш за ймовірністю помилки при триразовому повторенні КК

$$W = p_{0 \text{ КК}} / p_{\text{ош КК}} = 0,027 / 2,1 \cdot 10^{-3} = 12,6.$$

При $h = 4$ ймовірність помилки у каналі $p_0 = 1,7 \cdot 10^{-4}$. У такому каналі, як неважко переконатися, виграш при триразовому повторенні

$$W = 398 \cdot 4 \cdot 10^2.$$

Експериментальна перевірка роботи такої системи підвищення достовірності під час передачі дискретного повідомлення з триразовим повторенням може бути проведена методом імітаційного моделювання функціональної схеми, наведеної на рис. 2.1. Результати експерименту наведено у табл. 2.2, де L – кількість переданих КК без урахування їх триразового повторення, у стовпцях $k_1, \dots, k_4$ вказані числа КК, які з певною ймовірністю відповідають переданою, у стовпці k_5 – число невідомих КК.

Таблиця 2.2 - Статистичні дані при триразовому повторенні КК

p_0	L	$d_{12}, d_{23},$ $d_{31}=0$ k_1	$d_{12}=0$ k_2	$d_{23}=0$ k_3	$d_{31}=0$ k_4	$d_{12} \neq d_{23},$ $d_{31} \neq d_{12}$ k_5
0,05	10000	4698	1438	1390	1434	1040
0,01	100000	85893	4512	4448	4546	582
0,005	100000	92807	2346	2316	2378	158
0,001	1000000	985381	4895	4891	4774	59

У табл. 2.3 у стовпці $N_{\text{ош}}$ вказані значення кількості КК на виході дискретного симетричного каналу (ДСК) з помилками, у стовпці $p_0 \text{ КК}$ – ймовірності утворення КК з помилками на виході ДСК, у стовпці $p_{\text{ош зн}}$ – ймовірності безпомилкового прийому КК та у стовпці W – виграш за ймовірністю помилок у КК прийому методом повторної передачі.

Таблиця 2.3 - Результати статистичних обчислень системи з повторенням

p_0	L	$N_{\text{ош}}$	$P_0 \text{ КК}$	$p_{\text{ош зн}}$	W
0,05	10000	6735	$6,7 \cdot 10^{-1}$	$1,0 \cdot 10^{-1}$	6,5
0,01	100000	14835	$1,5 \cdot 10^{-1}$	$5,8 \cdot 10^{-3}$	25
0,005	100000	7395	$7,4 \cdot 10^{-2}$	$1,6 \cdot 10^{-3}$	47
0,001	1000000	14692	$1,5 \cdot 10^{-2}$	$5,9 \cdot 10^{-5}$	250

За даними, наведеними у табл. 2.3 на рис. 2.2 показані графіки параметрів системи з повторною передачею $p_{\text{ош зн}} = f_1(p_0 \text{ КК})$ та $W = f_2(p_0 \text{ КК})$.

а) б)

Рисунок 2.2 – Визначення параметрів системи із повторенням:

а- Залежність $\rho_{0\text{кк}} = f_1(\rho_{0\text{кк}})$; б - залежність $W = f_2(\rho_{0\text{кк}})$

Приблизно аналогічний результат виходить за одночасної передачі однієї й тієї інформації по кількох каналах, якщо канали між собою статистично слабо пов'язані.

Перевагою такого методу захисту від перешкод є простота реалізації системи зв'язку, недоліком – зменшення швидкості передачі повідомлення. У зв'язку з цим виникає питання, що є доцільним: застосовувати повторну передачу кодів комбінацій або одноразову передачу з зменшеною швидкістю на час передачі перевірочних символів.

3 Домашнє завдання

3.1 Підготувати правильні відповіді контрольні питання.

3.2 Для каналу зв'язку з ЧС за заданими викладачем значенням відношення сигнал/шум h визначити ймовірність помилкового прийому КК $\rho_{0\text{кк}}$ і виграш зниження ймовірності помилкового прийому КК.

4 Контрольні питання

4.1 Чому повторна передача кодів комбінацій застосовується при непарному числі повторів?

4.2 У чому полягає процес вибору найбільш ймовірної прийнятої кодової комбінації чи неможливості її визначення?

4.3 Які переваги та недоліки повторної передачі кодів комбінацій простим кодом?

Список рекомендованої літератури**до практичних занять**

1 Котов П. А. Підвищення достовірності передачі цифрової інформації. - М.: Зв'язок, 1966.

2 **Захарченко Н. В.** Вибір засобів зв'язку АСУ: Навч. допомога. - Одеса: ОЕІС ім. А. С. Попова, 1975.

3 **Абезгауз Г.Г.** та ін. Довідник з ймовірнісних розрахунків / Г.Г. Абергауз, Ф.П. Тронь, Ю.М. Копенкін, І.А. Коровіна. - М.: Воєніздат. мін. оборони СРСР, 1970р.

4 **Скляр Б.** Цифровий зв'язок. Теоретичні основи та практичного застосування: Вид-й дім "Вільямс", 2003.

5 **Банкет В.Л. Дорофєєв В.М.** Цифрові методи супутникового зв'язку. - М.: Зв'язок, 1979.

6 **Блейхут Р.** Теорія та практика кодів, що контролюють помилки. - М.: Світ, 1986.

7 **Кларк Дж-мол., Кейн Дж.** Кодування з виправленням помилок у системах цифрового зв'язку. - М.: Радіо і зв'язок, 1987.

8 **Морелос-Сарагоса Р.** Мистецтво завадостійкого кодування. Методи, алгоритми, застосування. - М.: Техносфера, 2005.

Лабораторні роботи №1. . . 5

Лабораторна робота №1

Принцип корекції помилок згортковим кодом з пороговим алгоритмом декодування

1 Мета роботи

Вивчення принципу кодування та декодування систематичного згорткового коду, що виправляє одно-і дворазові помилки будь-якої конфігурації в межах довжини кодового обмеження 14 біт.

2 Ключові положення

В даний час згорткові коди (СК) знаходять велике практичне застосування в електрозв'язку. Це в першу чергу стосується систем передачі даних, цифрового радіомовлення і телебачення і мобільної мережі GSM. Згорткове кодування отримало подальший розвиток у зв'язку з появою декодування за алгоритмом Вітербі, заснованого на ідеї принципу максимальної правдоподібності, і відкриттям у 1993 р. турбокодів, що дозволили значною мірою наблизитися до межі Шеннона щодо сигналу $(E_b/N_0) = -1,6$ дБ або $(P_c/P_{ш}) = 0,693$. Тут P_c , $P_{ш}$ – відповідно середні потужності сигналу та шуму.

2.1 Основні параметри СК

2.1.1 Мінімальна кодова відстань. На відміну від блокових кодів для систематичних СК, мінімальна кодова відстань $d_{\min}$ визначається вагою (кількістю одиниць) імпульсної характеристики кодера $W_t(v)$. Імпульсна характеристика кодера v це відгук на одиничний вплив виду $e_i = 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ \dots\ 0$. В даному випадку, як легко в цьому переконатися, розглядаючи процес кодування (див. рис. 2.1), при подачі на вхід кодера впливу e_i отримуємо

$$v = 11\ 00\ 01\ 00\ 00\ 01\ 01\ 00\ 00$$

що відповідає $W_t(v) = 5$, отже $d_{\min} = 5$.

2.1.2 Довжина кодового обмеження (ДКО). Кодер будь-якого СК є пристроєм з пам'яттю, що містить K осередків пам'яті, на входи яких у кожний момент часу надходить k_0 вхідних бітів, а на виході утворюється n_0 біт. Параметр $N_a = n_0(K+1)$ визначає ДКО, яка грає приблизно ту роль, як і довжина кодової комбінації блокового коду. У цій роботі $n_0 = 2$, $K = 6$, а $N_a = 14$ біт.

Для стислості позначення систематичних СК використовується запис у вигляді (N_a, K_a) , де $K_a = K + 1$ – кількість інформаційних бітів у межах ДКО, що з аналізованого СК відповідає (14, 7).

2.1.3 Максимальна кратність гарантованого виправлення помилок у межах ДКО. Цей параметр визначається так само, як і для блокових кодів:

$$q_{\text{гп}} = \left\lfloor \frac{(d_{\min} - 1) \cdot 1}{2} \right\rfloor,$$

де $\lfloor x \rfloor$ – найбільше ціле, але не більше x . Таким чином, при $d_{\min} = 5$ $q_{\text{гп}} = 1, 2$.

2.1.4 Відносна швидкість передачі по каналу та надмірність. Ці параметри СК визначаються так: $R = k_0 / n_0$; $r = 1 - R$. У цій лабораторній роботі число

інформаційних бітів на вході кодера $k_0 = 1$, але в виході $n_0 = 2$, що відповідає передачі інформаційного і перевірного бітів. Для аналізованого СК $R = r = 1/2$, тобто відносна швидкість передачі та надмірність рівні.

2.2 Побудова кодека систематичного СК з пороговим декодуванням

2.2.1 Кодування. Кодування систематичним СК (14, 7), що дозволяє виправляти одно- та дворазові помилки, реалізується кодером, схема якого наведена на рис. 2.1.

...aibi...

Рисунок 2.1 – Функціональна схема кодера СК (14, 7):

РГ1 – послідовний регістр зсуву; СМ1 – суматор по mod 2;

МП – мультиплексор; Д:2 – дільник частоти; f_0 – генератор, що задає.

Регістр зсуву РГ1 містить шість осередків пам'яті $D_1 \dots D_6$, у яких зберігаються двійкові символи, прийняті попередні моменти часу. Багатовхідний суматор mod 2 СМ1 призначений для формування перевірочних символів. Мультиплексор МП виконує ущільнення часу інформаційних символів $a_i, a_{i-1}, a_{i-2}, \dots, a_{i-n}$ і перевірочних $b_i, b_{i-1}, b_{i-2}, \dots, b_{i-n}$ де i – тут номер символу на вході РГ1. Задає генератор f_0 , частота якого вибирається з урахуванням швидкості передачі каналом зв'язку. Дільник частоти Д:2 з коефіцієнтом розподілу 2 визначає частоту тактових імпульсів роботи кодера.

Для формування перевірочних символів b_i входи багатовхідного суматора СМ1 з'єднані з виходами регістра РГ1 наступним чином:

$$b_i = a_i \oplus a_{i-2} \oplus a_{i-5} \oplus a_{i-6}.$$

Тут слід зазначити, що номери відводів регістру визначаються числами так званої досконалої різницевої множини $Q = \{0, 2, 5, 6\}$ з параметрами $j = 4$ і $v = 13$. Такий вибір зазначених чотирьох чисел можна пояснити тим, що всі можливі різниці утворюють по mod v послідовність натуральних позитивних чисел $N = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12$. Пояснити це можна в такий спосіб. Виконавши всі можливі операції віднімання елементів різницевої множини Q з урахуванням того, що $13 \equiv 0 \pmod{13}$ (оскільки $13 : 13 = 1 + 0/13$), отримаємо:

$$0 - 0 = 0;$$

$$0 - 2 \pmod{13} - 2 = 11; 2 - 0 = 2;$$

$$0 - 5 \pmod{13} - 5 = 8; 5 - 0 = 5;$$

$$\begin{aligned}
0 - 6 &\equiv 13 - 6 = 7; 6 - 0 = 6; \\
2 - 5 &\equiv 2 + 13 - 5 = 10; 5 - 2 = 3 \\
2 - 6 &\equiv 2 + 13 - 6 = 9; 6 - 2 = 4; \\
5 - 6 &\equiv 5 + 13 - 6 = 12; 6 - 5 = 1.
\end{aligned}$$

Аналогічним чином можна переконатися в тому, що безліч чисел $M = (0, 2, 4, 6)$ не задовольняє вимогу різницевої множини, оскільки різниці чисел не утворюють натурального ряду чисел, а саме: 0, 2, 2, 2, 4, 4, 6, 7, 9, 9, 11, 11, 11. Невиконання зазначеної вище вимоги до номерів висновків від РГ1 не дає можливості отримати коригуючий помилки код з кодовою відстанню $d_{\min} = 5$. Більш детальні відомості про різницеві множини можна знайти в [1, 2].

Вибір зазначених номерів відводів РГ1 забезпечує побудову схеми кодера СК, що виправляє одно-і дворазові помилки при пороговому алгоритмі декодування. При розгляді СК їх прийнято представляти так само, як і циклічні коди, у вигляді багаточленів, що породжують:

$$G1(D) = 1; G2(D) = 1 + D2 + D5 + D6.$$

Тут перший многочлен відповідає формуванню інформаційних символів a_i , а другий – формуванню перевірочних символів b_i , де ступенями многочлена $G2(D)$ є числа різницевої множини $Q = \{0, 2, 5, 6\}$.

При тимчасовому ущільненні інформаційних та перевірочних символів кодова послідовність СК $a_i b_i$, $a_i - 1 b_i - 1$, $a_i - 2 b_i - 2$, ... формується мультиплексором МП, тимчасова діаграма роботи якого показана на рис. 2.2.

З метою підвищення помехозащищенности каналу зв'язку під час використання СК з $R = 1/2$, замість тимчасового ущільнення символів a_i і b_i можна застосувати фазове ущільнення ортогональними сигналами шляхом використання фазового модулятора ФМ-4 [3].

Рисунок 2. 2 – Діаграми тимчасового ущільнення кодкових символів

2.2.2 Пороговий алгоритм декодування СК (14, 7). Функціональна схема згорткового декодера з пороговим методом декодування [2, 4, 5] наведено на рис. 2.3.

Рисунок 2.3 – Функціональна схема порогового декодера СК (14, 7):

ДМП – демультимплексор; РГ2 - регістр зсуву; СМ2 - суматор по mod 2;
РГ3 – синдромний регістр зсуву; ПУ - порогове пристрій; СМ3 - суматор
для корекції помилок; УС - пристрій синхронізації

Алгоритм порогового методу декодування ось у чому. Після просторово-часового поділу демультимплексором (ДМП) прийнятих інформаційних та перевірочних кодових символів прийнятої послідовності

$$a_i \square = a_i \square e_i \text{ та } b_i \square = b_i \square e_i ,$$

де e_i – шумові символи, інформаційні $a_i \square$ надходять у регістр РГ2. Внаслідок цього, аналогічно формуванню перевірочних символів кодера b_i , у декодері утворюється послідовність місцевих перевірочних символів.

$$b_i \square \square = a_i \square \oplus \alpha^i \cdot 2 \oplus \alpha^i \cdot 5 \oplus \alpha^i \cdot 6.$$

Після підсумовування перевірочних символів, сформованих у декодері $b_i \square \square$ та прийнятих з каналу $b_i \square$, на виході СМ2 утворюється синдромна послідовність S_i , яка вводилася в регістр РГ3. Підключення цього регістру до порогового пристрою ПУ відповідає зворотному порядку з'єднань РГ2. Особливістю порогового пристрою є те, що на його виході формується одиничний сигнал для виправлення помилково прийнятих бітів при виході їх з РГ2 тільки за наявності на входах трьох в будь-якому порядку або чотирьох одиничних символів.

В результаті аналізу S_i за допомогою порогового пристрою ПУ декодер виносить рішення про можливу достовірність прийнятої інформаційної послідовності a_i . Якщо протягом деякого часу помилки в каналі не утворюються, то в синдромному регістрі РГ3 слідуватимуть лише нульові символи, оскільки $b_i \square \square = b_i \square = 0$. При появі помилок на виході демодулятора в послідовності S_i , крім нулів, з'являються одиниці. Пороговий пристрій (рис. 2.4), з урахуванням підключення його до синдромного регістру, визначає характер проходження одиниць і нулів і при необхідності видає сигнал корекції помилки на другий вхід суматора СМ3 у вигляді одиничного символу, який збігається за часом з моментом зчитування помилково прийнятого інформаційного символу з виходу регістру РГ2.

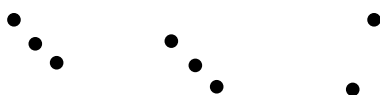


Рисунок 2. 4 – Схема порогового пристрою

У наведеній схемі декодера (див. рис. 2.3) є ланцюг зворотного зв'язку з осередками пам'яті синдромного регістру, за допомогою якої здійснюється корекція вмісту РГЗ для підготовки сприятливих умов при виправленні наступних помилково прийнятих інформаційних символів. Тут слід зазначити, що при інтенсивних перешкодах у каналі зв'язку ланцюг зворотного зв'язку декодера може призвести до небажаного явища – додаткової освіти помилок.

2.3 Експериментальна перевірка можливості виправлення помилково прийнятих кодових символів СК (14, 7)

Вивчення принципу роботи декодера та перевірка коригувальних властивостей СК (14, 7) з пороговим алгоритмом виконується за допомогою програми, що імітує принцип дії декодера. Лицьова панель лабораторної роботи наведена на рис. 2.5.

Для більшої наочності перевірки коригувальних властивостей СК корекція одно-і двократних помилок виконуються прийому нульової послідовності. Це можливо через лінійність СК. Тому довільно введені одиничні біти в нульову послідовність 00000000 відповідають помилкам на вході декодера. При цьому про виправлення помилок можна судити з вихідної послідовності, якщо вона містить лише нульові символи.

Для перевірки того, що СК, що має $d_{\min} = 5$, виправляє дворазові помилки, слід у вікнах “Інф. символи” та “Перевір. символи. ввести номери спотворених двійкових символів. Наприклад, числа 2, 0 і 5 (нуль відповідає відсутності помилкового символу) відповідають прийнятій послідовності ... 00 10 00 00 01 00 00 ..., в якій є помилково прийнятими другий інформаційний символ та п'ятий перевірючий.

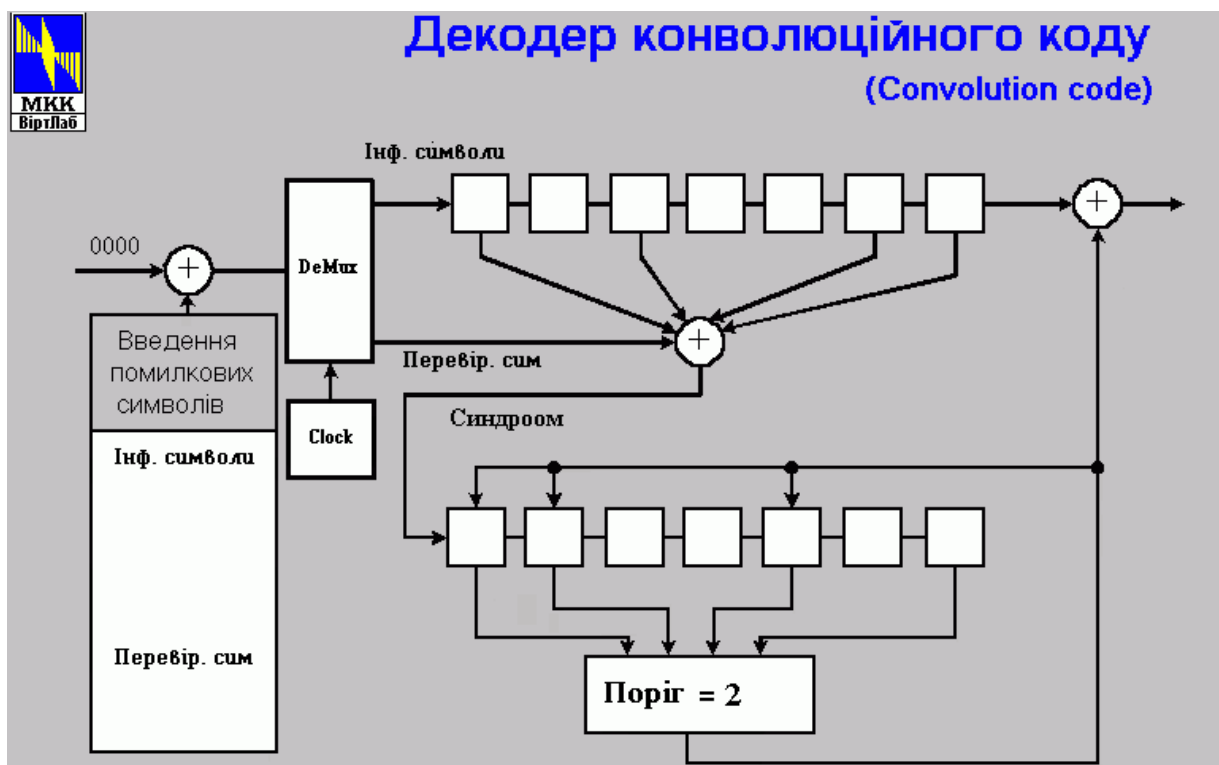


Рисунок 2.5 – Лицьова панель лабораторної роботи

При введенні в РГ2 інформаційних бітів необхідно на екрані дисплея встановити стрілку - покажчик кнопку “Step” і натиснути ліву клавішу миші. Виконуючи багаторазове натискання, можна побачити просування спотворених символів в інформаційному регістрі РГ2 0100000, 0010000, 0001000 і т. д., а також формування синдромної послідовності в регістрі РГ3 та корекцію її за допомогою зворотного зв'язку вихідним сигналом порогового пристрою.

На рис. 2.6 наведено роздрукування станів інформаційного та синдромного регістрів при корекції дворазової помилки
00 10 00 10 00 00 00 00.

При формуванні синдромної послідовності слід звернути увагу на таке. На цьому етапі декодер виправляє помилково прийнятий перший (по входу РГ2) інформаційний символ, оскільки стан регістра РГ3 відповідає 1110001 і при цьому $S_0 + S_1 + S_6 = 1 + 1 + 1 = 3$, що перевищує поріг спрацьовування ПУ. Після корекції помилково прийнятого двійкового символу за допомогою ланцюга зворотного декодера відбувається зміна стану синдромного регістру наступним чином:

i	D0	D1	D2	D3	D4	D5	D6	a _i	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
3	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
4	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
5	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
6	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1
7	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0
8	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1
9	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

bi

Рисунок 2.6 – Ілюстрація процесу корекції помилок у декодері

$S0 \oplus 1 = 1 \oplus 1 \oplus 0$, $S1 \oplus 1 = 1 \oplus 1 \oplus 0$, $S4 \oplus 1 = 0 \oplus 1 \oplus 1$.

В результаті зсуву вправо на восьмому такті вміст синдромного регістру набуває значення 1001010. На дев'ятому такті - 1100101-декодер виправляє наступний помилково зареєстрований демодулятором третій (по входу РГ2) двійковий символ у результаті чотирьох одиниць на вході ПУ.

3 Домашнє завдання

3.1 Підготувати відповіді контрольні питання.

3.2 Накреслити функціональні схеми кодера та декодера з пороговим алгоритмом декодування СК (14, 7).

3.3 Підготувати бланк для виконання лабораторного завдання

п. 4.1. Зразок наведено на рис. 3.1.

	D_0	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	$\oplus$	Π Y	ai	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6
0																	
1																	
2																	
3																	
4																	
5																	
6																	
7																	
8																	
9																	
10																	
11																	
12																	

Малюнок 3.1 – Бланк для виконання лабораторної роботи

Контрольні питання

4.1 Яка кратність помилок, що виправляються, в межах ДКО СК (14, 7), заданого багаточленами, що породжують

$$G_1(D) = 1, \quad G_2(D) = 1 + D^2 + D^5 + D^6?$$

4.2 Які логічні елементи використовуються при побудові схеми систематичного згорткового кодера та декодера для коду (14, 7)?

4.3 За яких умов ПУ видає одиничний сигнал для корекції помилки на виході РГ2?

4.4 За якими ознаками синдромного регістру виконується корекція помилково прийнятих двійкових символів?

5 Лабораторне завдання

5.1 Виконання лабораторної роботи здійснюється методом імітаційного моделювання в пакеті програм HP VEE. Ярлик для запуску програми має вигляд



5.2 Перевірити коригувальні властивості СК (14, 7) за заданими викладачем номерами помилково прийнятих кодових символів, наведеними у табл. 5.1.

Таблиця 5.1 – Приклади корекції помилок декодером коду (14,7)

Кратність помилки	2	2	3	2	3	2	1	1
№ інформаційних символів	2 та 3	2 та 0	2 та 5	0 та 5	4 та 5	0 та 5	0 та 5	0 та 0
№ перевірочних символу	0	3	3	2	1	4	0	3

6 Зміст протоколу

6.1. Назва лабораторної роботи.

6.2 Ціль роботи.

6.3 Функціональні схеми кодера та декодера СК (14, 7).

6.4 Бланк (див. рис. 3.1) із результатами виконаної роботи.

6.5 Аналіз отриманих результатів виконаної роботи обсягом двох-трьох пропозицій.

6.6 Дата, підпис студента та віза викладача з оцінкою за 100-бальною шкалою.

Список рекомендованої літератури

- 1 Касамі Т. та ін. Теорія кодування / - М.: Зв'язок, 1977.
- 2 Захарченко Н.В., Крисько О.С., Захарченко В.М. Основи кодування: Навч. Допомога. - Одеса: УДАС ім. А. С. Попова, 1999.
- 3 Спілкер Дж. Цифровий супутниковий зв'язок. - М.: Зв'язок, 1979.

Лабораторна робота №2

Оцінка якості системи кодування сигналів у гауссовому каналі

1 Мета роботи

Визначення параметрів якості системи зв'язку з завадостійким кодуванням в каналі з адитивним гаусовим білим шумом (АБГШ) за результатами імітаційного моделювання кодека згорткового коду (14, 7) з пороговим алгоритмом декодування.

2 Ключові положення

Принцип роботи каналу зв'язку (КС) з АБГШ (рис. 2.1) полягає в тому, що джерело повідомлення (ІВ) формує у вигляді двійкової послідовності повідомлення, що передається. Кодер (К) завадостійкого коду з урахуванням інформаційних символів формує перевіірочні символи, за рахунок яких відбувається зменшення енергії двійкових символів, що передаються по каналу. Закодоване повідомлення надходить на вхід модулятора (М), що перетворює його на аналоговий сигнал $S_1(t)$, який піддається впливу адитивної перешкоди у вигляді шуму $n(t)$. Зазвичай вважають, що така перешкода має нормальний закон розподілу і рівномірний енергетичний спектр у смузі пропускання каналу зв'язку (перешкода типу "білого шуму"). Далі демодулятор (ДМ) перетворює прийнятий з каналу сигнал

$$S_2(t) = S_1(t) + n(t)$$

у послідовність двійкових символів, що відповідає жорсткому рішенням демодулятора. Декодер (ДК) у міру можливості коригуючої здатності коду виправляє помилки, внесені фізичним каналом зв'язку, та видає одержувачу повідомлення (ПС), що відображено на рис. 2.1.

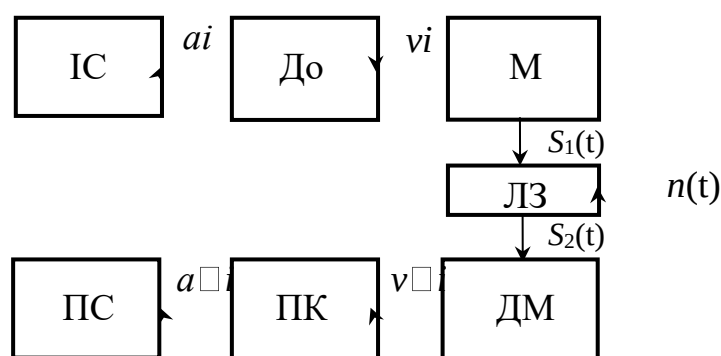


Рисунок 2.1 – Блок-схема цифрової системи передачі каналом з АБГШ:

ІВ – джерело повідомлень; К – кодер надлишкового коду; М - модулятор, що перетворює цифровий сигнал на аналоговий; КС – лінія зв'язку; ДМ - демодулятор, що перетворює аналоговий сигнал на цифровий; ДК – декодер та ПС – одержувач повідомлень

2.1 Параметри каналу, що визначають якість систем зв'язку з кодуванням

Ефективність системи зв'язку із застосуванням коригувальних кодів може бути визначена, якщо відомо дві характеристики каналу зв'язку.

Перша характеристика - залежність ймовірності помилки від відношення сигнал/шум на виході КС при заданому вигляді модуляції без стійкого кодування (ПК). Наприклад, при когерентній фазовій модуляції ФМ-2 завадостійкість визначається відомою формулою Котельникова.

$$p_0 = 0,5 (1 - \Phi(\sqrt{2}h)), \quad (2.1)$$

де $\Phi(h) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^h \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$ - Функція Крампа. Ця залежність графічно представлена рис. 2.2 у вигляді кривої а. Незалежна змінна h , що входить у вираз (2.1), що визначає значення ймовірності помилки p_0 , являє собою квадратний корінь з відношення енергії біта E_b до спектральної щільності шуму N_0 в каналі зв'язку:

$$h = \sqrt{E_b N_0} = \sqrt{P_c \cdot \tau_0 P_{\text{ш}} / \Delta f} = \frac{U_c}{U_{\text{ш}}} \sqrt{\tau_0 \cdot \Delta f}.$$

При смузі пропускання каналу зв'язку $\Delta f = 1/\tau_0$ $h = U_c/U_{\text{ш}}$, де U_c та $U_{\text{ш}}$ середньоквадратичні значення напруг сигналу та шуму.

Друга характеристика визначається залежністю ймовірності помилки на виході декодера при спільному використанні ПК у каналі з модульованим сигналом. Ця характеристика $p_d = f(h)$ може бути теоретично визначена або отримана експериментальним шляхом. Графік її наведено для гіпотетичного коригуючого коду у вигляді кривої б на рис. 2.2.

2.1.1 Оцінка якості систем зв'язку з ймовірністю помилки. При використанні завадового кодування вона може бути отримана визначенням міри підвищення достовірності при передачі цифрових повідомлень. Якщо встановлено значення сигнал/шум h , то міра підвищення достовірності визначається ставленням ймовірності помилки за відсутності кодування p_1 до ймовірності помилки за наявності ПК у каналі зв'язку p_2 :

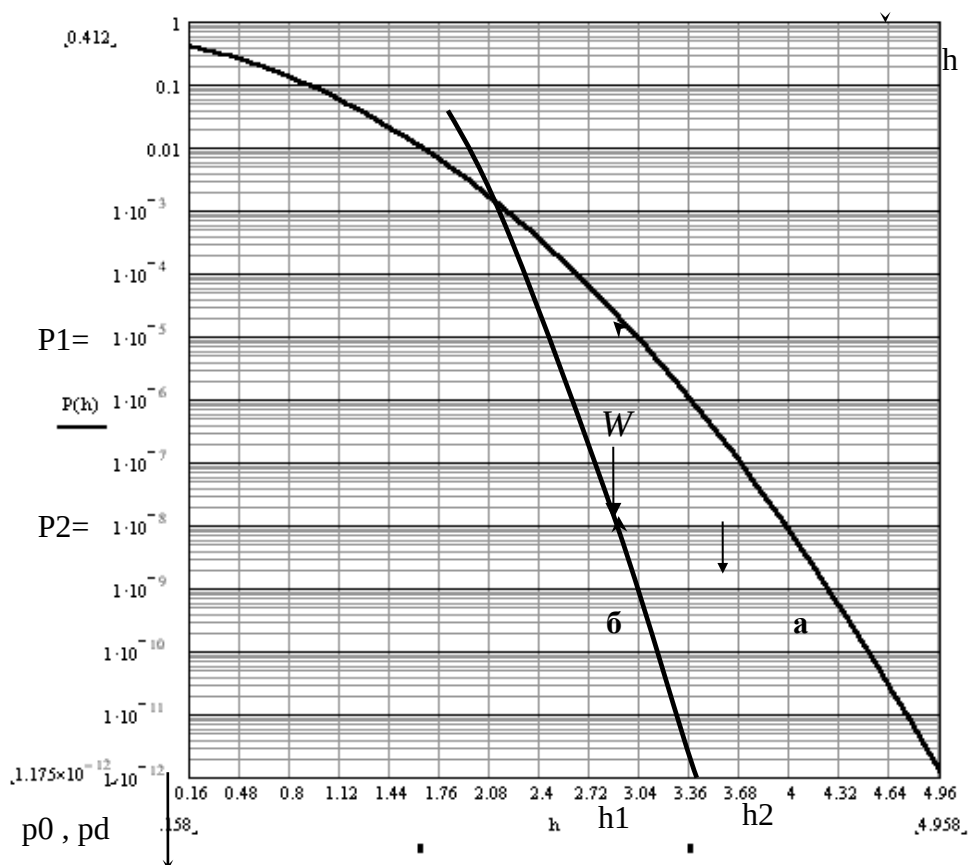
$$W = p_1/p_2.$$

Цей параметр визначає виграш за ймовірністю помилки під час кодування (ВОК).

З наведеного графіка рис. 2.2 слід, що з $h_1 = 3,04$ ВОК

$$W = 10^{-5} / 10^{-8} = 1000.$$

Таким чином, у каналі при вказаному відношенні сигнал/шум із застосуванням коригуючого коду перешкодно захищеність каналу зв'язку підвищується на три порядки.



Малюнок 2.2 – Ймовірність помилки у каналі:
а- з ФМ-2 без кодування; б – з ФМ-2 та надмірним кодуванням

2.1.2 Оцінка якості системи зв'язку з енергетики. Цей параметр у каналі з ПК визначається величиною зменшення відношення енергії біта до енергії шуму E_b2/N_0 без кодування до цього параметра, але з кодуванням E_b1/N_0 при заданій ймовірності помилки p_2 на виході декодера, тобто.

$$G = E_{b2}/E_{b1}.$$

За $G > 1$ цей параметр називається енергетичним вииграшем при кодуванні (ЕВК). Загальноприйнято виражати ЕВК від застосування коригувального коду в децибелах [1, 2]:

$$G_{дБ} = (E_{b2}/N_0) \text{ дБ} - (E_{b1}/N_0) \text{ дБ} = 10 (\lg h_{22} - \lg h_{12}).$$

приклад. Визначимо ЕВК із застосуванням ПК при ймовірності помилки на виході декодера при $p_0 = 10^{-8}$. Без застосування ПК ймовірність помилки 10^{-8} може бути отримана при $h = 4$, що видно з рис. 2.2 (крива а). Однак при застосуванні ПК значення ймовірності помилки 10^{-8} досягається при $h = 3$, що також видно з цього ж малюнку на кривій б.

Таким чином, маючи значення параметра $h = U_c/U_{ш}$, отримуємо

$$G_{дБ} = 20 (\lg h_2 - \lg h_1) = 20 (\lg 4 - \lg 3) = 2,45 \text{ дБ}.$$

Для звичного уявлення чисельного значення ЕВК його можна обчислити в разях таким чином:

$$G_{раз} = 10^{G_{дБ}/10} = 10^{2,45/10} = 10^{0,245} = 1,78 \text{ рази}.$$

При відомих значеннях h_1 та h_2 ЕВК у разях обчислюється набагато простіше, а саме

$$G_{\text{раз}} = h^{22} / h^{21} = 16/9 = 1,7777 \text{ рази.}$$

Підсумовуючи сказане вище, відзначимо наступне. Перша перевага кодування полягає в тому, що при відношенні сигнал/шум $h_1 = 3$ на вході демодулятора ФМ-2, ймовірність помилки $p_2 = p_1 / W = 10^{-8}$ на виході каналу може бути отримана внаслідок застосування ПК. Друга перевага - ймовірність помилки $p_2 = 10^{-8}$ на виході каналу, яка може бути отримана демодулятором тільки при $h_2 = 4$, проте вона досягається застосуванням ПК при $h = 3$, тобто при зниженому значенні потужності передавача.

Сказане можна пояснити так. Якщо за потужності передавача $P_1 = 1$ кВт відношення сигнал/шум на вході приймача $h_1 = 3$, то із застосуванням ПК ймовірність помилки на виході каналу $p_2 = 10^{-8}$, що могло б відповідати потужності передавача

$$P_2 = (h^{22} / h^{21}) P_1 = 1,78 \text{ кВт.}$$

Для наочності на рис. 2.3 відображено ситуацію, що стосується пояснення ЕВК та ВОК.

Малюнок 2.3 – Приймальна частина каналу з АБГШ

Варто також зазначити, що в міру зменшення параметра каналу h ВОК та ЕВК знижуються і критичним значенням стає $h_{2,3}$, при якому $W = 1$ і $G_{\text{дБ}} = 0$. Подальше зменшення значення h призводить до $W < 1$ і $G_{\text{дБ}} < 0$. І тут ПК погіршує якість каналу зв'язку.

2.2 Експериментальне визначення перешкодозахищеності каналу з АБГШ та коригуючим СК (14, 7)

Виконання лабораторної роботи пов'язане з визначенням характеристики каналу зв'язку з ФМ-2 і згортковим кодом (14, 7), яка дозволяє визначити за відомими значеннями відношення сигнал/шум h каналі міру достовірності прийнятого повідомлення.

2.2.1 Визначення імовірнісної характеристики двійкового симетричного каналу та значень виграшу за ймовірністю помилки при кодуванні в ДСК. Найпростішим наближенням моделі реального каналу є званий двійковий симетричний канал (ДСК), блок-схема якого наведено на рис. 2.4.

Малюнок 2.4 – Структурна схема ДСК:

ІВ – джерело повідомлень; КПК - кодер перешкодостійкого коду; ДКПК – декодер завадостійкого коду; ПС – одержувач повідомлень

Для вирішення поставленого завдання попередньо потрібно визначення ймовірнісної характеристики ДСК з кодеком згорткового коду

$kd = f(p_0)$ де p_0 і kd – відповідно ймовірність помилки в каналі та коефіцієнт помилки на виході декодера. Вказаний коефіцієнт kd визначається методом імітаційного моделювання фізичної моделі кодека СК, що пов'язано з виконанням статистичних вимірів залежно від значень p_0 . Знання ймовірнісної характеристики дозволяє легко визначити виграш за ймовірністю помилки (ВВО) у ДСК $W = p_0/kd$ при кодуванні.

N1	I1	I2	K0	Kd	p0	L	I1	I2	K0	Kd	W
6000	1035	368	8,625E-002	6,133E-002	0,08	60000	9565	2790	7,971E-002	4,650E-002	1,71
12000	1998	649	8,325E-002	5,408E-002							
18000	2968	922	8,244E-002	5,122E-002							
24000	3918	1168	8,163E-002	4,867E-002							
30000	4840	1436	8,067E-002	4,787E-002							
36000	5813	1706	8,074E-002	4,739E-002							
42000	6724	1947	8,005E-002	4,636E-002							
48000	7691	2235	8,011E-002	4,656E-002							
54000	8609	2515	7,971E-002	4,657E-002							
60000	9565	2790	7,971E-002	4,650E-002							
			W=	1,71							

Рисунок 2.5 – Діалогове вікно визначення виграшу W ДСК та ймовірнісної характеристики з СК (14,7)

На рис. 2.5 показано діалогове вікно для визначення ймовірнісної характеристики ДСК з СК (14, 7). У діалоговому вікні розміщено такі компоненти: поля для введення значень ймовірності помилки " p_0 " та обсягу вибірки " L " що відповідає числу каналних бітів, які будуть схильні до випадкового впливу перешкод у каналі; набір керуючих кнопок – "Розрахунок", "Очищення значень", "Очистити все" та "Побудувати графік"; з лівого боку показано поле для виведення проміжних вимірювань, з правого значення кінцевих результатів вимірювань - p_0 , L , i_1 , i_2 , k_0 і W .

Після введення чисельних значень p_0 , L та натискання лівої клавіші миші кнопки у формі проекту "Розрахунок" здійснюється виконання програми та виведення праворуч результатів обчислень: L – значення вибірки; i_1 – кількість помилково переданих символів ДСК; i_2 – кількість невикористаних символів декодер; $k_0 = i_1 / 2L$ - коефіцієнт помилки в ДСК, причому k_0 практично

збігається з параметром p_0 , що вводиться; $k_d = i_2 / L$ - коефіцієнт помилки на виході декодера; $WBBO = k_0/k_d$ – виграш за ймовірністю помилки при кодуванні.

Результати статистичних вимірів $WBBO_1 \dots WBBO_6$ – при заданих значеннях p_0 та L при виконанні лабораторної роботи мають бути наведені у табл. 2.1.

Таблиця 2.1 - Результати вимірювань ВПО стосовно ДСК.

p_0	0,07	0,05	0,03	0,01	0,005 0,003
L	$25 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^5$	$75 \cdot 10^4$	106	$4 \cdot 10^6$ $5 \cdot 10^6$
W_{BBO}	$W_1 =$	$W_2 =$	$W_3 =$	$W_4 =$	$W_5 = W_6 =$

Можна також відзначити, що графік ймовірності ДСК з кодом СК $k_d = f_0(p_0)$ можна спостерігати на екрані дисплея після натискання кнопки “Побудувати графік”. В результаті на екрані дисплея з'являється заставка з графічним поданням залежності k_d від p_0 , на осях якого нанесена логарифмічна шкала по горизонталі в діапазоні $1 \dots 0,0001$, а по вертикалі $1 \dots 0,000001$.

2.2.2 Побудова графіків допоміжних функцій для каналу зв'язку із ФМ-2. Перший графік відображає характеристику каналу з ФМ-2 без кодування, що відповідає виразу (2.1); для стислості представимо його у вигляді $p_0 = f_1(\sqrt{2}h)$. Другий – відповідає тій самій умові, лише кодованому сигналу без урахування декодування з енергією біта вдвічі менше стосовно вихідному, оскільки відносна швидкість передачі $R = 1/2$. Тому вираз (2.1) представимо у вигляді $p_0 = f_2(\sqrt{2Rh})$. Побудову цих графіків слід виконувати, використовуючи дані, наведені у табл. 2.2 і декартову систему координат із застосуванням по осі лінійного масштабу для h і логарифмічного – для p_0 (див. Додаток А).

Таблиця 2.2 - Значення допоміжних функцій

h	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
$p_0 = f_1(x)$	0,5	$2,3 \cdot 10^{-1}$	$8,0 \cdot 10^{-2}$	$1,7 \cdot 10^{-2}$	$2,4 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-4}$	$1,05 \cdot 10^{-5}$
$p_0 = f_2(y)$	0,5	$3,0 \cdot 10^{-1}$	$1,6 \cdot 10^{-1}$	$7,0 \cdot 10^{-2}$	$2,3 \cdot 10^{-2}$	$6 \cdot 10^{-3}$	$1,05 \cdot 10^{-3}$

2.2.3 Побудова характеристики декодування СК (14, 7) у каналі з АБГШ[3]. Для даної моделі каналу метод побудови характеристики перешкодозахищеності $k_{d2} = f_3(\sqrt{2Rh})$ показано на рис. 2.6.

p_0 10^{-3} 10^{-2} P_0 10^{-1} 10^0 0 1 2 h 3 h

$$p_0 = f_2(\sqrt{2Rh})$$

$$kd = p_0$$

$$kd2 = f_3(\sqrt{2Rh})p_0 = f_1(\sqrt{2h})$$

kd kd, p0

а) б)

Рисунок 2.6 Характеристики ДБК та каналу з АБГШ

а- $kd1 = f_0(p_0)$ - імовірнісна характеристика ДСК з СК; б - $kd2 = f_3(\sqrt{2Rh})$ –характеристика каналу з АБГШ з СК, площа трикутника АВС при заданому значенні h характеризує ефективність стійкого до перешкод

Методика побудови зазначеної вище характеристики ось у чому. За заданим значенням p_{01} (див. рис. 2.6, а) по дорозі

1 □ 2 □ 3 □ 4 визначаємо значення відношення сигнал/шум h_1 залежно від $p_0 = f_2(\sqrt{2Rh})$ що відповідає ймовірності помилки p_{01} на виході демодулятора ФМ-2. Однак у даному випадку потрібно врахувати те, що послідовно з демодулятором включений декодер коригуючого коду, який знижує ймовірність помилки p_{01} $W = p_{01} / kd1$ разів, що впливає з ймовірнісної характеристики декодування $kd1 = f_0(p_0)$ в ДСК. Положення точки А, що відповідає шуканій кривій

$$kd2 = f_3(\sqrt{2Rh}), (2.2)$$

може бути знайдено переміщенням шляхами 1 □ 5 □ 6 □ 7 та 4 □ 8. Для побудови графіка, що відображає залежність (2.2), слід виконати таку процедуру і для інших значень p_{02} , p_{03} , p_{04} та p_{05} .

2.2.4 Розрахунок та побудова характеристики декодування СК у каналі з АБГШ. Маючи чисельні значення розрахунків $WBBO$, отриманих програмним способом, необхідно за допомогою калькулятора обчислити коефіцієнти помилок характеристики декодування СК (14, 7) $kd2 = p_{0i} / WBBO$ для зазначених значень h і заповнити третій рядок табл. 2.3.

Таблиця 2. 3 - Результати обчислень коефіцієнтів $kd2$.

h	1,5	1,65	1,9	2,3	2,58	2,75
$kd2 = p_{0i} / WBBO$	0,07/W	0,05/W2	0,03/W3	0,01/W4	0,005/W5	0,003/W6
$kd2$	1					

Завершальним етапом виконання лабораторної роботи є побудова залежності $kd2 = f_3(\sqrt{2Rh})$, Яка визначає ефективність ПК, за даними табл. 2.3 та попередньо побудованим допоміжним графікам функцій згідно з табл. 2.2.

3 Домашнє завдання

3.1 Підготувати відповіді контрольні питання.

3.2 Накреслити графіки залежностей $p_0 = f_1(h)$ та $p_0 = f_2(\sqrt{2Rh})$ за значеннями, наведеними у табл. 2.2, із застосуванням логарифмічного та лінійного масштабів за координатними осями p_0 та h (див. додаток А).

4 Контрольні питання

4.1 Які характеристики каналу зв'язку мають бути відомі, щоб визначити значення ЕВК та ВОК?

4.2 Яким буде значення ЕВК у децибелах за ймовірності помилки в каналі p_0 , якщо відношення сигнал/шум без кодування $h_2 = 4,7$, а при кодуванні $h_1 = 2,4$?

4.3 Чому рівні значення виграшу $W_{ВОК} = p_3/p_4$, де p_3 - ймовірність помилки в каналі без кодування, а p_4 - з кодуванням, при завадостійкому кодуванні в каналі з ФМ-2, якщо відношення сигнал/шум набуває значення $h = 2,1$; $2,3$ та $2,7$ згідно з рис. 2.2?

5 Лабораторне завдання

5.1 Виклик програми здійснюється натисканням лівої кнопки миші на ярлику Project 1.exe, який наведено нижче:



5.2 Визначити програмним методом значення ВПО $W_1 \dots W_6$ у ДСК із СК (14,7).

5.2 Побудувати графік залежності коефіцієнта помилки для каналу з АБГШ $k_d = f_3(\sqrt{2Rh})$. Це лабораторне завдання виконується за наслідками розрахунків, наведеними в табл. 2.3.

6 Зміст протоколу

6.1. Назва лабораторної роботи.

6.2 Ціль роботи.

6.3 Блок-схема каналу зв'язку з АБГШ.

6.4 Бланк із графіками залежностей $p_0 = f_1(\sqrt{2}h)$, $p_0 = f_2(\sqrt{2Rh})$ та характеристика каналу з ФМ-2 та СК $k_d = f_3(\sqrt{2Rh})$.

6.5 Висновки в обсязі двох-трьох пропозицій щодо виконаної роботи та вказівка на те, при яких значеннях відношення сигнал/перешкода h в каналі доцільно застосування завадостійкого кодування.

6.6 Дата, підпис студента та оцінка викладача за 100-бальною шкалою.

Список рекомендованої літератури

- 1 **Скляр Б.** Цифровий зв'язок. Теоретичні основи та практичне застосування. Вид. 2 - е, випр.: Пер. з англ. - М.: Вид - й будинок "Вільямс", 2003.
- 2 **Банкет В.Л. Дорофєєв В.М.** Цифрові методи у супутниковому зв'язку. - М.: Радіо і зв'язок, 1988.
- 3 **Захарченко Н.В., Крисько О.С., Захарченко В.М.** Основи кодування: Навч. допомога. - Одеса: УДАС ім. А.С. Попова, 1999.

Лабораторна робота №3

Дослідження коригуючої здатності
найпростіших кодів Хеммінгу

1 Мета роботи

Вивчення властивостей блокових кодів (7, 4), (9, 5), (12, 8), (15, 11): побудова характеристик, що визначають коригувальні властивості зазначених кодів, на основі імітаційного моделювання кодеків методом статистичних вимірювань та порівняння теоретичних та побудованих Показників.

2 Ключові положення

2.1 Основні положення про декодування кодів Хеммінгу

В даний час відома велика кількість двійкових кодів, які виправляють помилково прийняті каналом зв'язку символи з помилками в кодових комбінаціях (КК) буквено-цифрових знаків при передачі документальних повідомлень. Найбільш простими та використовуваними на практиці є коди Хеммінгу, які відносяться до лінійних блокових кодів з параметрами

$$(n, k) = (n = 2r - 1, k = 2r - r - 1),$$

де r – кількість символів перевірок коду. Коди Хеммінгу в режимі виправлення помилок мають мінімальну кодову відстань $d_{\min} = 3$ і тому дозволяють гарантовано виправляти тільки одноразові або виявляти одно- і дворазові помилки:

$$q_{\text{исп}} \leq (d_{\min} - 1) / 2; q_{\text{об}} \leq d_{\min} - 1.$$

Під кратністю помилок q слід розуміти кількість помилково прийнятих двійкових символів КК значності n .

Прикладами деяких кодів Хеммінгу з багаточленами $P(x)$, що породжують, і надмірністю $\rho = (1 - k/n)$ є:

1) код (7, 4) – $P_1(x) = x^3 + x + 1$ або $P_2(x) = x^3 + x^2 + 1$, $\rho = 0,43$;

2) код (15, 11) – $P_3(x) = x^4 + x + 1$ або $P_4(x) = x^4 + x^3 + 1$, $\rho = 0,27$;

3) код (31, 26) – $P_5(x) = x^5 + x^2 + 1$ або $P_6(x) = x^5 + x^3 + 1$, $\rho = 0,16$

та інші.

Коригуюча здатність коду, як міра зниження ймовірності помилки при заданому алгоритмі декодування та ймовірності помилки на вході декодера, залежить не тільки від $d_{\text{хв}}$, а й від параметра коду n . У цьому можна переконатися, якщо скористатися формулою Бернуллі, за допомогою якої визначається ймовірність утворення кратних помилок q залежно від довжини КК n :

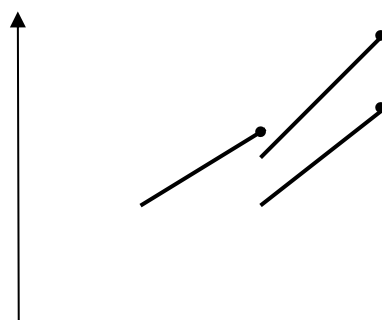
$$p(q) = C_n^q p_0^q (1 - p_0)^{n-q},$$

де $C_n^q = n! / q! (n - q)!$ – кількість всіх можливих помилок кратності q КК значності n . Виконавши розрахунки значень ймовірностей утворення q кратних помилок $p_q(n, k)$ для кодів Хеммінга (7, 4) та (15, 11) та взявши їх відносини

$$V_q = p_q^{(15, 11)} / p_q^{(7, 4)},$$

можна побачити, що ймовірності утворення помилок, що не виправляються, зростають при переході від коду (7, 4) до коду (15, 11) в V_q раз, що показано на рис. 2.1.

V_q
37,5 $p_0 = 0,005$
12,5 25,3 $p_0 = 0,05$

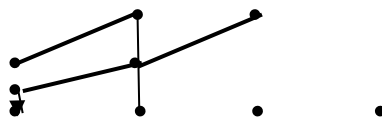


2,0 4,8 8,7

1,4 3,3

q

1 2 3 4



Малюнок 2.1 - Графіки освіти q - кратних помилок

З наведеного графіка слід, що для блокових кодів з $d_{\min} = 3$ зі зростанням значущості коду n коригуюча здатність при дії в каналі перешкод, що викликають випадкові помилки, повинна зменшуватися, так як ймовірність утворення помилок, що не виправляються, збільшується. Наприклад, при $p_0 = 0,05$ кратності помилок $q = 2, 3, 4$ у коді $(15, 11)$ утворюються приблизно в 3, 9 та 25 разів частіше, ніж у коді $(7, 4)$, а при $p_0 = 0,005$ коефіцієнти V_q відповідно зростають.

Про коригуючу здатність помилок коду можна судити з ймовірнісної характеристики декодування (ВХД) $p_d = f(p_0)$, яка визначається залежністю ймовірності помилки на виході декодера p_d від ймовірності помилки дискретному симетричному каналі (ДСК) p_0 . У такій моделі каналу не розглядається його аналогова частина із частотною чи фазовою модуляцією (рис. 2.2). При цьому слід зазначити, що ВХД характеризує міру зменшення p_d від p_0 коду при заданому алгоритмі декодування. Порівняння двох або більше кодів за їх ВХД можливе лише за однакових значень надмірності $\square = (n - k) / n$ [1].

Малюнок 2.2 – Структурна схема дискретного симетричного каналу:

ІВ – джерело повідомлення; КПК - кодер перешкодостійкого коду; ДКПК - декодер завадостійкого коду; ПС – одержувач повідомлення

Ймовірнісну характеристику декодування, за якою визначається коригуюча здатність кодів Хеммінга, можна розрахувати, користуючись теоретично отриманою формулою [2]

$$p_{\text{ош}} = \frac{1}{n} \sum_{j=2}^n j C_n^j p_0^j (1 - p_0)^{n-j} \quad (2.1)$$

або за результатами імітаційного моделювання каналу із застосуванням комп'ютерної програми, що реалізує алгоритм кодування та декодування. Згадані характеристики будуються у прямокутній системі координат, по осях якої має бути нанесена функціональна (логарифмічна) шкала (див. додаток Б).

Таблиця 2.1 - Результати обчислень значень рош. (згідно (2.1))

$(n, k)/\text{рош}$	0,05	0,03	0,01	0,005	0,003	0,001
$(7, 4)$	$1,3 \cdot 10^{-2}$	$5,0 \cdot 10^{-3}$	$5,8 \cdot 10^{-4}$	$1,5 \cdot 10^{-4}$	$5,4 \cdot 10^{-5}$	$6,0 \cdot 10^{-6}$

(9, 5)	$1,7 \cdot 10^{-2}$	$6,5 \cdot 10^{-3}$	$7,7 \cdot 10^{-4}$	$2,0 \cdot 10^{-4}$	$7,1 \cdot 10^{-5}$	$8,0 \cdot 10^{-6}$
(12, 8)	$2,2 \cdot 10^{-2}$	$8,5 \cdot 10^{-3}$	$1,0 \cdot 10^{-3}$	$2,7 \cdot 10^{-4}$	$9,8 \cdot 10^{-5}$	$1,1 \cdot 10^{-5}$
(15, 11)	$2,6 \cdot 10^{-2}$	$1,0 \cdot 10^{-2}$	$1,3 \cdot 10^{-3}$	$3,4 \cdot 10^{-4}$	$1,2 \cdot 10^{-4}$	$1,4 \cdot 10^{-5}$

Декодування кодів Хеммінга може бути реалізовано синдромним методом з дешифраторами синдрому. Багаточлен синдрому циклічного коду обчислюється так:

$$S(x) = (F(x)/P(x)) = Q(x) + R(x)/P(x),$$

де $F(x)$ – багаточлен прийнятої з каналу кодової комбінації, у якому можуть бути прийняті з помилками як інформаційні, так і перевірочні біти; $P(x)$ – породжує многочлен; $Q(x)$ – багаточлен, що відповідає цілій частині від поділу $F(x)$ на $P(x)$; $R(x)$ – залишок від розподілу. Фактично, $R(x)$ відповідає $S(x)$, т. е. значення синдрому визначається залишком від розподілу многочлена прийнятої кодової комбінації на породжує многочлен.

Принцип виправлення помилок синдромним декодером заснований на взаємно однозначній відповідності між безліччю синдромів і безліччю помилок, що виправляються. Значення коефіцієнтів синдромів S_0, S_1, S_2 при одноразових та деяких двократних помилках у кодових символах коду Хеммінга (7, 4) з $P(x) = x^3 + x^2 + 1$ показані в табл. 2.2.

Таблиця 2.2 - Коефіцієнти синдромних багаточленів ЦК (7, 4)

	Помилки не виявлено	x^6	x^5	x^4	x^3	x^2	x^1	x^0	x^0x^4	x^5x^2
S_0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1
S_1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1
S_2	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1

Функціональна схема такого декодера для коду (7, 4) наведено на рис. 2.3.

Малюнок 2.3 – Схема синдромного декодера ЦК (7, 4):

РГ1 – регістр, у якому запам'ятовується прийнята КК $x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ для можливості корекції помилки; РГ2 – регістр із зворотним зв'язком для обчислення синдрому $S(x)$; ДШ1, ДШ2, ДШ3, ДШ4 – дешифратори синдрому для формування сигналів корекції помилок в інформаційних розрядах x_3, x_4, x_5, x_6 прийнятої кодової комбінації

При заданому значенні $d_{\min}$ і $q_{\text{ош}} > (d_{\min} - 1)/2$ відповідність синдромів порушується і зазвичай відбувається додаткове утворення помилок, що є основним недоліком такої схеми декодера. Наприклад, при дворазовій помилці (x_0, x_4) буде помилково декодовано старший інформаційний символ x_6 за правильно зареєстрованого демодулятора. Можливі інші варіанти помилкових декодувань. Позбавлена цього недоліку схема декодера Меггітта, що у ЛР № 5 щодо каскадних методів кодування і декодування.

2.2 Обчислення коефіцієнта помилок при імітаційному моделюванні кодеку

Імітаційне моделювання будь-якої фізичної системи - це, по суті, виконання за допомогою комп'ютера чисельних експериментів за програмою, що описує її поведінку. У цій лабораторній роботі це пов'язано зі статистичними вимірами деяких параметрів каналу зв'язку, а саме коефіцієнтів помилок у ДСК k_0 та на виході системи зв'язку k_d . Коефіцієнт помилки в теорії ймовірності прийнято називати частотою появи помилок, а в деяких випадках ще й статистичною ймовірністю утворення помилок. Наприклад, коефіцієнт помилки в ДСК і на виході декодера в програмі, що імітує роботу кодека, обчислюється так:

$$k_0 = i_1 / L, \quad k_d = i_2 / L.$$

Тут i_1 – кількість помилок на вході декодера; i_2 – кількість помилок на виході декодера та L – кількість переданих кодових двійкових символів каналом. При великому значенні L коефіцієнти помилок втрачають свій випадковий характер, наближаючись до деякої постійної величини, близької до ймовірності помилки, що формально визначається виразом

$$p_0 = \lim_{L \rightarrow \infty} i_1 / L.$$

Тому можна вважати, що при досить великому значенні N і $i_1 > 100$ коефіцієнти помилок k_0 і k_d практично дорівнюють ймовірностям p_0 і p_d . Похибка значення обчисленого коефіцієнта помилки k_d при декодуванні $\varepsilon = p_d - k_d$ визначається вибірковою сукупністю переданих каналом кодових бітів L при заданій ймовірності помилки у каналі p_0 . Вибіркова сукупність, чи, простіше, вибірка – це безліч однотипних об'єктів, відібраних за відомими властивостями визначення закономірності зміни значень деякого параметра досліджуваної системи.

3 Домашнє завдання

3.1. Підготувати правильні відповіді на ключові питання.

3.2 Накреслити структурну схему синдромного декодера циклічного коду (7, 4).

3.3 За завданням викладача накреслити графіки ВХД для двох блокових кодів з (7, 4), (9, 5), (12, 8), (15, 11), використавши результати розрахунків, які наведені в табл. 2.1.

3.4 Накреслити табл. 3.1 для внесення комп'ютерних даних під час виконання лабораторної роботи.

Таблиця 3.1 - Дані під час експериментального дослідження коригувальних властивостей кодів Хеммінгу

p_0	L	$I1$	$i2$	k_0	kd	W
0,05	106					
0,03	106					
0,01	106					
0,005	$5,0 \cdot 106$					
0,003	$5,0 \cdot 106$					
0,001	$5,0 \cdot 106$					

4 Контрольні питання

4.1 У чому полягає принцип виправлення помилок при синдромному декодуванні циклічного коду (7, 4) чи (15, 11)?

4.2 Поясніть, як визначається синдром $S(x)$ прийнятої кодової комбінації $F(x)$ циклічного коду?

4.3 За вказаними викладачем значеннями синдрому 101, 111, 000, 110 визначте спотворений інформаційний біт кодової комбінації коду (7, 4) з урахуванням табл. 2.2.

4.4 Поясніть зміст ВХД коду, що коригує.

4.5 У чому полягає побудова графіка ВХД коригуючого коду під час виконання лабораторної роботи і як у ньому визначити міру зменшення ймовірності помилки на виході декодера W при заданому значенні p_0 ?

4.6 Яка причина зменшення коригуючої здатності блокових кодів зі збільшенням довжини кодової комбінації n ?

5 Лабораторне завдання

5.1 Пуск програм, що імітують роботу кодеків з $d_{\min} = 3$, до виконання лабораторного завдання здійснюється програмою Hemming мовою Borland Paskal 7,0. Виклик програми здійснюється вибірково натисканням лівої клавіші миші ярлика із зазначеним циклічним кодом (7_4) або (15_11):

або



Визначення даних для побудови ВХД коду (15, 11) або блокових кодів (12, 8) та (9, 5) виконується завданням ймовірності помилки p_0 у ДСК та кількості кодових комбінацій L для вимірювань коефіцієнтів помилок на виході декодера. Після введення значень p_0 та L конкретний вибір коду виконується завданням значень $n = 15, 12, 9$ та $k = 11, 8, 5$.

5.2 Статистичний метод дослідження властивостей кодів з $d_{\min} = 3$.

За вказаними у табл. 3.1 значеннями ймовірності помилки в ДСК p_0 і числу бітів, переданих каналом L , визначити ВХД для двох блокових кодів $k_d = f_1(p_0)$ та $k_d = f_2(p_0)$

згідно з завданням викладача. Під час виконання вимірювань необхідно заповнювати результатами вимірювань таблицю 3.1.

Вихідні дані комп'ютера при виконанні програми, що є імітаційною моделлю системи зв'язку з ДСК та (n, k) кодом, мають такий зміст: i_1 – кількість помилок на виході каналу ДСК; i_2 – кількість не виправлених декодером коду Хеммінгу помилок; $k_0 = i_1/(L \cdot n)$ – коефіцієнт помилки на виході ДБК, який практично збігається за значенням з p_0 ; $k_d = i_2/(L \cdot k)$ – коефіцієнт помилки на виході декодера та

$W = p_0/k_d$ – Виграш, що показує, у скільки разів при заданій ймовірності помилки в ДСК зменшується коефіцієнт помилки на виході декодера.

5.3 За результатами вимірів ВХД побудувати графіки залежності

$k_d = f(p_0)$ у декартовій системі координат з логарифмічним масштабом по осях (див. Додаток Б).

5.4 Виконати порівняння ВХД, отриманих експериментально з теоретичними згідно з даними, наведеними в табл.2.1.

6 Зміст протоколу

6.1 Назва лабораторної роботи

6.2 Мета роботи.

6.3 Схема синдромного декодера коду (7, 4).

6.4 Таблиця 3.1 з результатами вимірювань та графіки, що відповідають домашньому та лабораторному завданням.

6.5 Висновки в обсязі двох-трьох пропозицій щодо виконаної роботи з поясненням відмінності коригуючої здатності блокових кодів (7, 4) та (15, 11) з $d_{\min} = 3$.

6.6 Дата, підпис студента та оцінка викладача за 100-бальною шкалою.

Список рекомендованої літератури

1. Захарченко Н.В., Крисько О.С., Захарченко В.М. Основи кодування: Навч. допомога. - Одеса: УДАС ім. А.С. Попова, 1999.

2. Скляр Б. Цифровий зв'язок. Теоретичні основи та практичне застосування. Вид. 2-е, випр.: Пер. з англ. - М.: Вид-й будинок "Вільямс", 2003.

Лабораторна робота №4

Методи декодування коду БЧХ (15, 7)

1 Мета роботи

1.1 Вивчення питань алгебраїчного та мажоритарного способів декодування циклічного коду Боуза-Чоудхурі-Хоквінгема (БЧХ), що виправляє дворазові помилки.

1.2 Розрахунок та експериментальне визначення ймовірнісної характеристики декодування коду (15, 7) у двійковому симетричному каналі (ДСК).

2 Ключові положення

Процес кодування та схемна реалізація кодерів кодів БЧХ суттєво не відрізняється від кодування кодів Хеммінгу. Проте зазначене не можна зарахувати до способів побудови схем декодерів, які виправляють багаторазові помилки.

Методи декодування кодів БЧХ можна розділити на дві групи - алгебраїчні та неалгебраїчні [1]. В основі першого методу покладено рішення рівняння, коріння якого вказують на місця помилково прийнятих каналних символів кодової комбінації (КК). Основа другого методу полягає у використанні внутрішньої структури деяких циклічних кодів (ЦК), що допускають можливість мажоритарного методу, тобто голосування по більшості, щодо кожного інформаційного біта КК.

2.1 Основні поняття про метод алгебри декодування коду БЧХ (15, 7)

Теоретичні аспекти методів алгебри декодування кодів з виправленням багаторазових помилок досить складні і вимагають знання спеціальних розділів вищої алгебри на основі полів Галуа [1, 2]. Відомі різні методи (алгоритми) декодування таких кодів, що базуються на структурі алгебри ЦК. Всі вони зводяться до різних способів розв'язання складних рівнянь алгебри. Тому як ілюстрації один таких алгоритмів декодування коду БЧХ (15, 7) з $d_{\min} = 5$ розглянемо лише загалом.

Алгебраїчний алгоритм декодування циклічного коду (15, 7) з багаточленом, що породжує

$$P(x) = x^8 + x^7 + x^6 + x^4 + 1 = (x^4 + x + 1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$$

на першому етапі зводиться до визначення двох парціальних синдромів, процедури обчислення яких наведені нижче:

$$S_1(x) = F(x) \bmod (x^4 + x + 1)^*,$$

$$S_2(x) = F(x) \bmod (x^4 + x^3 + x^2 + x + 1).$$

На другому етапі декодування з урахуванням $S1(x)$ та $S2(x)$ визначається багаточлен локаторів помилок $\gamma(z) = 1 + \square_2 z + \square_5 z^2$, де $\square_2 = 0010$, $\square_5 = 0110$ – коефіцієнти з розширеного поля Галуа $GF(24)$, за допомогою яких визначаються місця помилково прийнятих двійкових символів КК.

На третьому етапі обчислюються значення коренів $z1$ та $z2$, рівняння $\gamma(z) = 0$, які визначають номери помилково зареєстрованих кодових символів в КК, що декодується. Все, що зазначено у цьому алгоритмі декодування коду (15, 7), ілюструється структурною схемою декодера, наведеною на рис. 2.1.

Вхід
декодера

Вихід
декодера

Малюнок 2.1 – Структурна схема алгебраїчного декодера коду (15, 7)

2.2 Мажоритарне декодування коду (15, 7)

Для практичного застосування коригувальних кодів, що виправляють багаторазові помилки, велике значення має вирішення технічних завдань побудови простих пристроїв, що ефективно декодують. Одним з таких методів є алгоритм мажоритарного декодування [1, 3], який дозволяє значною мірою спростити процес корекції помилок навіть за досить великої кратності утворення помилок, але, на жаль, тільки для невеликого класу кодів БЧХ.

Спочатку розглянемо принцип такого декодування у загальному вигляді для довільного сім'єлементного коду, що виправляє одноразові помилки. Якщо для деякого ЦК КК представлена двійковими символами $a_6, a_5, a_4, a_3, a_2, a_1, a_0$, то є можливість виразити старший кодовий символ a_6 системою незалежних двійкових рівностей

$$\begin{aligned} a_{6(1)} &= a_6; \\ a_{6(2)} &= (a_0 + a_1 + a_2) \bmod 2; \\ a_{6(3)} &= (a_3 + a_4 + a_5) \bmod 2, \end{aligned} \quad (2.1)$$

цей ЦК придатний для декодування мажоритарним методом. Інші кодові символи декодуються шляхом заміни в системі рівностей a_6, a_5, a_4 на a_3 і т. д., тобто циклічним зрушенням всіх символів КК. Система рівностей (2.1) для $a_{i(1)}, a_{i(2)}, a_{i(3)}$ де тактові інтервали $i = 0 \dots 6$ називається перевіркою. Її також прийнято називати системою роздільних перевірок, так як у кожному виразі у правій частині всі символи різні, або системою ортогональних рівностей щодо двійкового символу, що декодується.

Отже, ідея мажоритарного декодування у тому, що з деяких ЦК є можливість декількома способами висловити будь-який символ КК системою рівностей (2.1). Рішення про значення прийнятого по каналу з перешкодами двійкового символу виконується голосуванням з більшості незалежних значень $a_i(1)$, $a_i(2)$, $a_i(3)$, які визначають кодові коди, що декодуються, що і відповідає мажоритарному методу.

Кратність помилок, що виправляються кодом, що допускає мажоритарне декодування, визначається числом незалежних перевірочних рівностей для визначення кожного інформаційного символу. З (2.1) видно, що при одноразових помилках тільки одна рівність може не відповідати іншим і, отже, такий код по більшості значень $a_i(1)$, $a_i(2)$, $a_i(3)$ дає можливість виправляти будь-який помилково зареєстрований демодулятором кодовий символ прийнятої КК.

Для корекції помилок кратності до $q_{\text{ісп}}$ необхідно і достатньо, щоб число ортогональних перевірочних рівностей $a_i(1)$, $a_i(2)$, ..., $a_i(J)$, що визначають кожен символ КК, було не менше ніж

$$J = 2 q_{\text{ісп}} + 1.$$

При $q_{\text{ісп}} = 2$ необхідно $J = 5$. Отже можна дійти висновку, що з мажоритарному декодуванні $d_{\text{мін}} = J$.

Система перевірочних рівностей для кодів, що допускають мажоритарне декодування, наводиться в літературі [1, 3] у вигляді, представленому в табл. 2.1.

Таблиця 2.1 - Параметри коду БЧХ (15, 7)

(n, k)	$d_{\text{хв}}$	$\rho = (n - k)/n$	Ступені $P(x)$	Система перевірок
(15, 7)	5	0,53	0 4 6 7 8	0 1 3 7 2 6 14 4 12 13 8 9 11

Відповідно до табл. 2.1 систему з п'яти ортогональних рівностей для коду БЧХ (15, 7) можна представити наступним чином:

$$a_{0(1)} = (a_0) = S_1,$$

$$a_{0(2)} = (a_1 + a_3 + a_7) \bmod 2 = S_2,$$

$$a_{0(3)} = (a_2 + a_6 + a_{14}) \bmod 2 = S_3, \quad (2.2)$$

$$a_{0(4)} = (a_4 + a_{12} + a_{13}) \bmod 2 = S_4,$$

$$a_{0(5)} = (a_8 + a_9 + a_{11}) \bmod 2 = S_5.$$

Метод мажоритарного декодування для циклічного коду, що розглядається, з $d_{\text{мін}} = 5$ реалізується пристроєм, схема якого наведена на рис. 2.2. До складу мажоритарного декодера входять: РГ – послідовний регістр циклічного зсуву з паралельним уведенням прийнятої КК; S_2, S_3, S_4, S_5 - суматори по $\bmod 2$, входять яких з'єднані з РГ з урахуванням системи перевірок коду (15, 7); МЕ – мажоритарний елемент, вихідний двійковий символ a_i якого визначається більшості значень S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 .

S2 S3 S4 S5 S1

Вихід мажоритарного декодера

Малюнок 2.2 – Схема мажоритарного декодера коду БЧХ (15, 7)

При циклічному зрушенні вмісту регістру РГ на один тактовий інтервал, з тривалістю двійкового елемента τ_0 , індекси в системі перевірочних рівностей змінюються на одиницю по 15 mod наступним чином:

$0 - 1 \rightarrow 14$, тому що $0 \rightarrow 15$ по mod 15, $1 - 1 \rightarrow 0$, $2 - 1 \rightarrow 1$, ..., $14 - 1 \rightarrow 13$.

Для скорочення часу декодування прийнятої КК першим декодується старший інформаційний біт a_{14} , а наступні після чергових шести зрушень вмісту РГ; надмірні символи a_7 , a_6 , ..., a_0 не декодуються. Для коду, що розглядається, система перевірочних рівностей (2.2) використовується так, як показано на рис. 2.2.

Як видно із рис. 2.2 та наведених прикладів, що ілюструють роботу мажоритарного декодера для коду (15, 7), цей метод декодування має порівняно просту схемну реалізацію.

2.3 Приклади, які пояснюють процес мажоритарного декодування

2.3.1 виправлення одноразової помилки. Тут і далі для більшої наочності розглядається прийом нульової КК, оскільки є дозволеною. Якщо нульової КК помилково прийнятий символ a_{10} , то система незалежних перевірочних рівностей при декодуванні кожного інформаційного біта видає на виході МЕ і утворює такі послідовності в двійковому вигляді:

($a_{10} = 1$) S1 S2 S3 S4 S5 Декодовані символи

0 0 0 0 1 $a_{14} = 0$

0 0 0 1 0 $a_{13} = 0$

0 0 0 1 0 $a_{12} = 0$

0 0 1 0 0 $a_{11} = 0$

1 0 0 0 0 $a_{10} = 0$

0 0 0 0 0 $a_9 = 0$

0 0 0 0 0 $a_8 = 0$

У цьому випадку МЕ виносить рішення про те, що інформаційний символ a_{10} нульовий КК декодований правильно, оскільки кількість нулів та одиниць згідно з системою перевірок S1, S2, S3, S4, S5 має співвідношення 4 до 1 і 5 до 0.

2.3.2 *Виправлення дворазової помилки.* При помилковому прийомі символів a_4 a_{10} система перевірок видає двійкові послідовності на вході МЕ в наступному вигляді:

($a_4 = 1$, $a_{10} = 1$) S1 S2 S3 S4 S5 Декодовані символи

0 0 0 0 1 $a_{14} = 0$

0 0 1 1 0 $a_{13} = 0$

0 1 0 1 0 $a_{12} = 0$

0 0 1 0 1 $a_{11} = 0$

1 0 0 0 1 $a_{10} = 0$

0 1 0 0 0 $a_9 = 0$

0 0 1 0 1 $a_8 = 0$.

Інформаційний символ a_{10} декодований правильно, оскільки у системі ортогональних рівностей міститься трохи більше двох одиниць.

2.3.3 *Декодування КК при триразовій помилці.* При прийомі КК з помилками у символах a_1 , a_4 , a_{10} система перевірок видає двійкові послідовності на вході МЕ у такому вигляді:

($a_2 = 1$, $a_4 = 1$, $a_{10} = 1$) S1 S2 S3 S4 S5 Декодовані символи

0 1 0 0 1 $a_{14} = 0$

0 0 1 0 0 $a_{13} = 0$

0 1 0 1 0 $a_{12} = 0$

0 0 0 0 1 $a_{11} = 0$

1 1 0 0 1 $a_{10} = 1$

0 1 0 0 1 $a_9 = 0$

0 0 1 0 0 $a_8 = 0$.

У цьому випадку, як і слід очікувати, інформаційний символ a_{10} не виправлений, тому що на вході МЕ три одиниці та два нулі, що відповідає умові $d_{\min} < (2q + 1)$.

2.3.4 *Розрахунок ВХД коду (15, 7).* Імовірнісну характеристику декодування рош $= f(p_0)$ коду БЧХ (15, 7) з $d_{\min} = 5$, що визначає коригуючу здатність коду при утворенні випадкових помилок у ДСК, можна обчислити за допомогою аналітичного виразу

$$\text{рош} = \frac{1}{n} \sum_{j=3}^n j c_n^j p_0^j (1-p)^{n-j}. \quad (2.3)$$

З метою економії часу під час виконання лабораторної роботи у табл. 2.2 представлені значення $p_{\text{рош}}$, Обчислені за формулою (2.3).

Таблиця 2.2 - Чисельні значення виразу (2.3)

p_0	0,05	0,03	0,01	0,005	0,003
рош	$7,6 \cdot 10^{-3}$	$1,9 \cdot 10^{-3}$	$8,4 \cdot 10^{-5}$	$1,1 \cdot 10^{-5}$	$2,4 \cdot 10^{-6}$

3 Домашнє завдання

3.1. Підготувати правильні відповіді на ключові питання.

3.2 Накреслити схему мажоритарного декодера ЦК БЧХ (15, 7).

3.3 Побудувати графік ВХД рош = $f(p_0)$ коду БЧХ (15, 7), використавши результати розрахунків згідно з формулою (2.3), які наведені у табл. 2.2.

3.4 Накреслити таблицю 3.1 для внесення комп'ютерних даних під час виконання лабораторної роботи.

Таблиця - 3.1 Дані при експериментальному дослідженні кодека коду БЧХ (15, 7) у ДСК

p_0	L	k_0^{1*}	kd	$i1$	$I2$	W
0,05	106					
0,03	106					
0,01	106					
0,005	$5 \cdot 106$					
0,003	107					
0,001	$5 \cdot 107$					

4 Контрольні питання

4.1 Яка кратність помилок, що виправляються для коду (15, 7)?

4.2 Як визначаються парціальні синдроми $S1(x)$, $S2(x)$ коду (15, 7) при методі алгебри декодування?

4.3 Яка особливість мажоритарного методу декодування БЧХ (15, 7) порівняно з алгебраїчним?

4.4 Як обчислюється виграш за ймовірністю помилки W у ДСК при заданому значенні p_0 по ВХД?

5 Лабораторне завдання

5.1 Пуск програми, що імітує роботу кодека коду БЧХ (15, 7) у ДСК, під час виконання лабораторної роботи здійснюється програмою, написаною мовою Borland Paskal 7.0. Виклик її здійснюється натисканням лівої клавіші миші ярлика із зазначеним циклічним БЧХ кодом (15_7):



Ck15_7.exe

^{1*}Нагадаємо, що в Паскалі не передбачено індексного запису ідентифікаторів вихідних параметрів результатів обчислень. Тому $k_0 = k_0$.

5.2 За вказаними значеннями ймовірності помилки каналу p_0 і вибірки L в табл. 3.1 визначити коефіцієнти помилок виході декодера k_d для побудови ВХД $k_d = f_1(p_0)$ коду (15, 7). При цьому графіки слід будувати у системі координат, використовуючи логарифмічний масштаб по двох осях: p_0 – абсцис, k_d – ордината (див. додаток Б).

Вихідні дані комп'ютера k_0 , k_d , i_1 , i_2 і W під час виконання програми мають таке значення: $k_0 = i_1/L$ – коефіцієнт помилки на виході ДСК; $k_d = i_2/L$ – Коефіцієнт помилки на виході мажоритарного декодера; i_1 – кількість помилок на виході ДБК; i_2 – кількість не виправлених помилок мажоритарним декодером; $W = p_0 / k_d$ – виграш за ймовірністю помилки, що показує, у скільки разів при заданій ймовірності p_0 в каналі зв'язку зменшується коефіцієнт помилки k_d на виході декодера.

5.3 Порівняти ВХД $k_d = f_1(p_0)$, одержану експериментально з характеристикою $ro_{ш}=f(p_0)$, обчисленою за виразом (2.3).

6 Зміст протоколу

- 6.1 Назва лабораторної роботи
- 6.2 Мета роботи.
- 6.3 Схема мажоритарного декодера коду (15, 7).
- 6.4 Таблиця 3.1 вимірювань та графіки ВХД $k_d = f(p_0)$ та $ro_{ш} = f(p_0)$, що відповідають домашньому та лабораторному завданням.
- 6.5 Графіки ВХД, отримані в результаті проведення експерименту та розрахунку за формулою (2.3).
- 6.6 У протоколі мають бути наведені короткі висновки обсягом двох-трьох пропозицій про виконану роботу. Слід звернути увагу на відмінність теоретично отриманої та експериментальної ВХД.

Список рекомендованої літератури

- 1 Колесник В.Д., Мирончиков О.Т. Декодування циклічних кодів - М.: Зв'язок, 1977.
- 2 Пітерсон У., Велдон Е. Коди, що виправляють помилки. - М.: Світ, 1976.
- 3 Захарченко Н. В., Крисько О. С., Захарченко В. М. Основи кодування: Навч. допомога. - Одеса: УДАС ім. А.С. Попова, 1999.

Лабораторна робота №5

Вивчення цифрової системи зв'язку з каскадним кодуванням

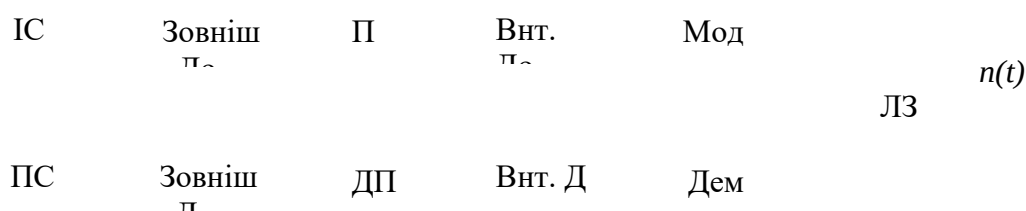
1 Мета роботи

- 1.1 Вивчення принципів побудови каскадних методів кодування – послідовного та паралельного.
- 1.2 Дослідження коригуючої здатності при послідовному кодуванні із зовнішнім кодом Хеммінга (15, 11) та внутрішнім згортковим (14, 7) у двійковому симетричному каналі (ДСК).

2 Ключові положення

2.1 Основні положення про каскадні методи кодування

2.1.1 Послідовне каскадне кодування. Важливим етапом у розвитку пристроїв кодування та декодування для надійної захисту інформації від перешкод є дослідження та розробка каскадних кодів [1]. Спільне використання двох і більше коригувальних кодів називається каскадним кодуванням. Приклад такого кодування з використанням двох кодів з послідовним включенням кодерів та декодерів показано на рис. 2.1.



Малюнок 2.1 – Структурна схема каналу зв'язку з послідовним каскадним кодуванням:

ІС та ПС – відповідно джерело та споживач повідомлення; Зовніш. До і Знш. Д – зовнішні кодер та декодер; П і ДП – перемежувач та депережувач кодових символів; Внт. К та Внт. Д – внутрішні кодер та декодер; Мод і Дем – модулятор та демодулятор цифрового сигналу; ЛЗ - лінія зв'язку з перешкодами $n(t)$

Як зовнішні коди найчастіше використовуються блокові (n, k) коди, а внутрішніх - згорткові. Каскадні методи кодування мають істотні переваги в порівнянні з багатьма відомими методами кодування у випадку, коли в лінії зв'язку на сигнал впливають імпульсні перешкоди, що призводять до утворення пакетів помилок. Боротьба з пакетуванням помилок здійснюється перестановкою вихідних символів зовнішнього кодера з подальшим відновленням на вході зовнішнього декодера. Пристрої, що виконують ці операції, називаються пристроями перемежування, тобто переупорядкування кодових символів і депережування, т. е. відновлення порядку їх проходження.

У реальних системах зв'язку для передачі даних як зовнішній код часто використовуються коди Ріда – Соломона (РС), що мають максимальну

коригуючу здатність з $d_{\min} = n - r + 1$. Так, наприклад, код РС з параметрами (255, 223) має мінімальний кодовий відстанню $d_{\min} = 255 - 223 + 1 = 33$, тобто в кодовій комбінації довжиною 255 біт він здатний виправляти $q_{\text{сп}}(33 - 1) / 2 = 16$ помилково прийнятих бітів [1, 2]. Вибору другого або внутрішнього коду віддають перевагу згортковим кодам з декодуванням за алгоритмом Вітербі.

Дуже важливо відзначити, що якщо закодовані інформаційні символи зовнішнім кодом з $d_{\min} 1$, а внутрішнім – з $d_{\min} 2$, то мінімальна кодова відстань сформованого каскадного коду визначається так [1]:

$$D_{\text{хв } 1,2} = d_{\text{хв } 1} d_{\text{хв } 2}.$$

Ця обставина дає підстави вважати можливість досягнення високої коригуючої здатності каскадних методів кодування.

2.1.2 Паралельне каскадне кодування. Роботи з удосконалення методів послідовного каскадного кодування призвели до побудови в 1993 році вченим К. Берроу та іншими вченими нового методу каскадного кодування – паралельних каскадних кодів, які називають турбокодами. Такі коди можуть забезпечити характеристику каналу зв'язку з шумами, що наближаються до теоретично отриманої межі Шеннона:

$$(E_b/N_0) = -1,6 \text{ дБ, або (у разях) } (E_b/N_0) = 10^{-1,6/10} = 0,693.$$

Тут слід пам'ятати, що відношення (E_b / N_0) при $f = 1/00$ еквівалентно відношенню $P_c / P_{\text{ш}}$, де P_c і $P_{\text{ш}}$ - середні значення потужності сигналу і шуму на приймальній стороні каналу зв'язку. При відносинах менше $P_c/P_{\text{ш}} = 0,693$ здійснити безпомилкову передачу дискретного повідомлення за жодних швидкостях не можна.

Розроблено та впроваджено турбокоди при $(E_b/N_0) = 0,7$ дБ або $P_c/P_{\text{ш}} = 1,175$, що відповідає значному наближенню до межі Шеннона, і при цьому досягнуто передачі повідомлень з ймовірністю помилки 10^{-5} [2].

Структурна схема цифрової системи передачі, у якій кодування здійснюється двокомпонентним турбокодом, показано на рис. 2.2. У турбокодах, як правило, використовуються систематичні згорткові коди з декодуванням за алгоритмом Вітербі.

Процес турбокодування починається після завершення запису цифрових даних a_i , $a_i - 1$, $a_i - 2$, ... в буферному накопичувачі, в якості якого використовується операційний пристрій (ОЗУ) з двома адресними входами $A1$ і $A2$. Сигнал першого адресного входу $A1$ не змінює структури блоку даних, а по другому - $A2$ - змінює її за псевдовипадковим законом. Таким чином, ОЗП з адресним входом $A2$ виконує роль перемежувача символів формувача перевірконої послідовності ФПС2 сі. Завершенням процесу турбокодування є ущільнення інформаційних та перевірочних символів з виходів формувачів перевірочних символів ФПС1 та ФПС2 у пристрої тимчасового ущільнення УВП.

/

Вих. декодера

Рисунок 2.2 – Структурна схема каналу зв'язку з турбокодуванням

Процес турбодекодування починається з поділу інформаційних символів та формування перевірочних символів у пристрої тимчасового поділу ВР. Декодована першим декодером ДК1 інформаційна послідовність з виходу перемешувача П надходить на вхід другого декодера ДК2 у вигляді апіорної (досвідченої) інформації про якість прийнятої декодованої інформаційної послідовності. Декодер ДК2 повторно опрацьовує цю послідовність. Процес остаточного турбодекодування завершується після виконання більше десяти циклів від 15 до 18 шляхом включення петлі зворотного зв'язку для ітеративного декодування.

Операції декодування складовими декодерами ґрунтуються на алгоритмі з “м'яким” виходом SOVA (soft-output Viterbi algorithm), що відповідає квантованим за рівнем сигналам. Отримання декодованої послідовності у двійковій формі на виході турбодекодера утворюється за допомогою граничного пристрою ПУ. Для глибшого розуміння процесу турбокодування можна рекомендувати знайомство з методичним посібником [3].

2.2 Побудова матричного устрою перемешування та деперемешування кодових символів

На рис. 2.3 показаний процес застосування перемешування та деперемешування двійкових символів матричним способом. Запис результату кодування зовнішнім кодером вводиться в ОЗУ1 перемешувача по стовпцях (можливо і рядками), а зчитування для подальшого кодування внутрішнім кодером здійснюється рядками. Внутрішній декодер декодує прийняту з каналу послідовність і виконує запис у ОЗУ2 деперемешувача по рядках, а зчитування з нього для зовнішнього декодування виконується по стовпчикам, що відповідає деперемешування послідовності двійкових символів.

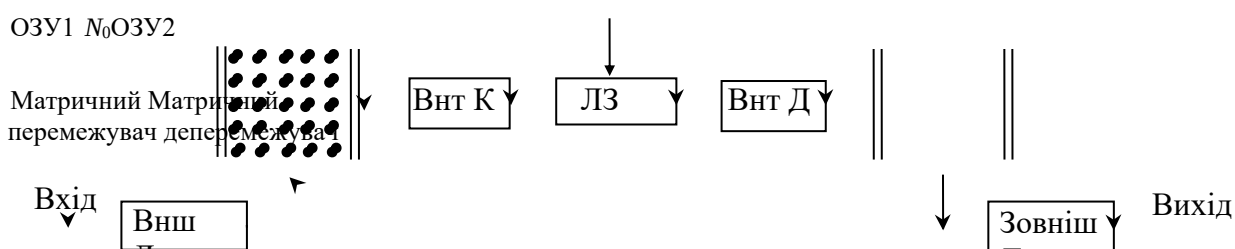


Рисунок 2.3 – Схема перемежування та деперемежування кодових символів

Розглянемо рознесення пакета помилково прийнятих бітів, записаних у квадратну матрицю по стовпцях l , на послідовність одноразових помилок з прикладу матричного деперемежувача 7×7 (рис. 2.4). У разі помилково прийняті біти для наочності представлені одиничними бітами.

			0	1	2	3	4	5	6	j
			0	0	0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0			
2	0	0	0	0	0	0	0			
3	0	0	0	1	0	0	0			
4	0	0	0	1	0	0	0			
5	0	0	0	1	0	0	0			
			6	0	0	0	1	0	0	0
										l

Рисунок 2.4 – Квадратна матриця перемежувача кодових символів

У третьому і четвертому стовпцях представлені семизначні кодові комбінації, що містять чотири- і дворазові помилки, що утворилися в результаті дії зосередженої перешкоди, які зовнішній декодер коду Хеммінга виправити не може, так як $q_{\text{ісп}} = 1$. Зчитуючи двійкові біти даної матриці по рядках j кодових комбінацій з одноразовими помилками, які декодер Хеммінгу виправляє.

Такі перетворення послідовності двійкових символів на передачі та прийомі призводять до істотного підвищення перешкоди при дії в каналі з незалежними помилками, а також і при групуванні помилок, що виникли на вході порогового (внутрішнього) декодера. Перетворена деперемежувачем послідовність помилок полегшує можливість їхнього виправлення зовнішнім декодером.

Оскільки в даній лабораторній роботі як зовнішній код використовується код Хеммінга (15, 11), запис результату кодування виконується за номерами стовпців у матрицю розміром $15 \times 15 = 225$ біт.

2.3 Декодування коду Хеммінга (15, 11) декодером Меггітта

Одними з найпростіших кодів, що коригують помилки, є циклічні коди Хеммінгу з параметрами

$$(n, k) = (n = 2r - 1, k = 2r - r - 1),$$

де r - Число перевірочних символів коду. Мінімальна кодова відстань таких кодів дорівнює 3 і тому вони здатні виправляти всі одноразові помилки в кожній кодовій комбінації. Тут розглядається код (15, 11), заданий багаточленом, що породжує $P(x) = x^4 + x + 1$ з надмірністю $\rho = r/n = 0,27$.

Найбільш простим методом декодування кодів Хеммінгу з $d_{\text{мін}} = 3$ є синдромний. Синдром, по суті, - показчик розташування помилки в двійковому поданні. Структурну схему такого декодера наведено на рис. 2.5.

Вх. груд.

Рисунок 2.5 – Функціональна схема синдромного декодера:

РГ1 – регістр зсуву, у якому запам'ятовується прийнята кодова комбінація для корекції помилки; РГ2 - регістр зі зворотним зв'язком для обчислення синдрому; ДШ0. . . ДШ10 – дешифратори синдрому у двійковому поданні для формування сигналів корекції помилок у прийнятій кодовій комбінації

Виправлення помилок засноване на взаємно однозначній відповідності між безліччю значень синдромів і безліччю помилок, що виправляються. Однак при кратності помилки $q_{\text{ош}} > 1$ ця відповідність порушується і, як правило, відбувається додаткове введення помилкового символу, що є серйозним недоліком синдромного декодера.

На практиці найбільш прийнятним, з погляду суттєво меншої складності, і таким, що забезпечує кращу перешкодозахищеність у порівнянні з синдромним декодером, є декодер за схемою Меггітта [4, 5] (Рис. 2.6).

У декодер Меггітта, схема якого наведена на рис. 2.6 також використовується регістр РГ1 для запам'ятовування прийнятої кодової комбінації і синдромний регістр РГ2 зі зворотним зв'язком для обчислення синдрому S_0, S_1, S_2 і S_3 . Додатковим пристроєм є регістр РГ3, який є виконавчим електронним механізмом визначення місця розташування помилково зареєстрованого символу.

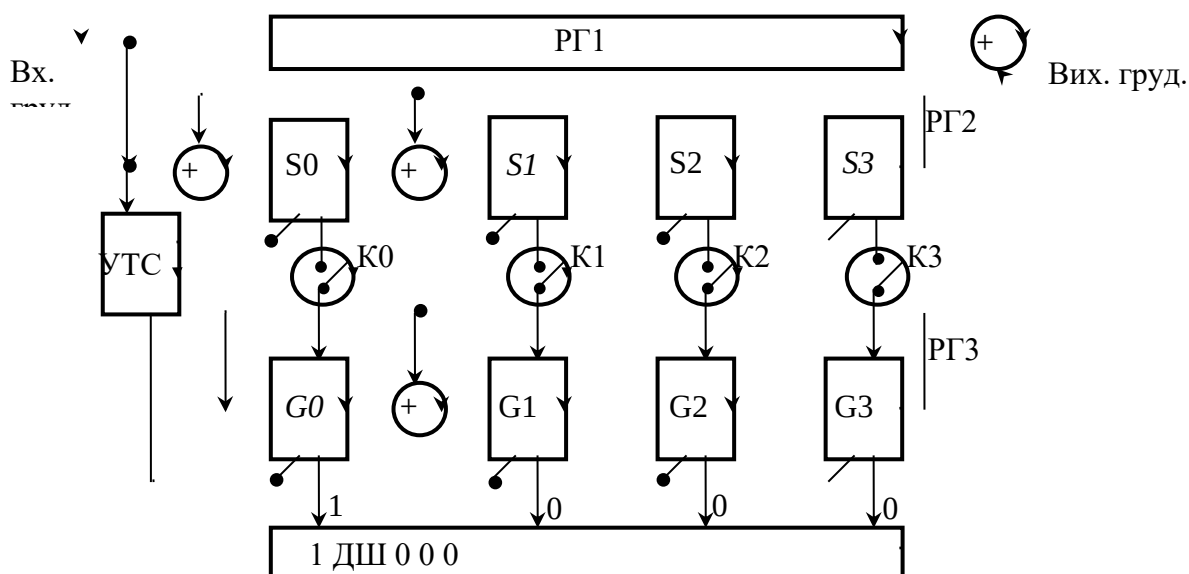


Рисунок 2.6 – Функціональна схема декодера Меггітта для коду (15, 11):

PG1 – послідовний регістр зсуву; PG2 – синдромний регістр; PG3 – перерахунковий регістр, який виконує корекцію одноразових помилок; ДШ – дешифратор двійкової послідовності 1000; UTC – пристрій тактової синхронізації

Імпульсним сигналом пристрою тактової синхронізації (UTC) декодера за допомогою ключів K0, K1, K2, K3 здійснюється перезапис паралельним способом вмісту PG2 PG3. Розпізнавання та корекція помилки проводяться методом лінійного перетворення синдрому в PG3 G0, G1, G2, G3 при $l = 14 - j$ зрушеннях вмісту PG3, де j – номер помилки в КК. Тільки при одноразових помилках стану осередків пам'яті PG3 приймають значення 1000 при виведенні помилкового біта з PG1, що визначається дешифратором ДШ.

Ідея, що лежить в основі побудови декодера Меггітта, проста і спирається на властивість циклічного (n, k) коду. Якщо синдром

$$S(x) = F(x) \bmod P(x)^*,$$

де $F(x)$ – зареєстрована демодулятором кодова комбінація, відповідає вектору помилки

$$E(x) = x^j,$$

де j – номер помилкового символу в кодовій комбінації, то вміст синдромного регістра PG2 $S(x)$, зрушений на l позицій у PG3 за умови, що $l = n - j$, дорівнюватиме $S(x) = 1$, або, у двійковому поданні, 1000.

Функціональні перетворення вмісту осередків пам'яті регістрів PG1, PG2 та PG3, наведені нижче, дозволяють усвідомити принцип роботи декодера Меггітта.

Приклад 1

Стани осередків пам'яті PG1 прийнятої кодової комбінації при одноразовій помилці: PG1 $\square 00001000000000$,

$$n = 14, j = 4, l = 14 - j = 10.$$

Стани осередків пам'яті PG2 при обчисленні синдрому $S(x)$ при введенні кодової комбінації, що приймається в PG1:

РГ2 → 0000, 0000, 0000, 0000, 0000, 0000, 0000, 0000, 0000, 0000, 1000, 0100, 0010, 0001, 1100 ←

Формування сигналу корекції помилки:

РГ3 → 0)0110,1)0011,2) 1101,3) 1010,4) 0101,5) 1110,6) 0111,7) 1111,8) 1011,

9)1001,10) **1000** ← Сигнал корекції десятого біта на виході РГ1.

Приклад 2

Стани осередків пам'яті РГ1 прийнятої кодової комбінації при дворазовій помилці **РГ1** □ **0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0**.

Стани осередків пам'яті РГ2 при обчисленні синдрому:

РГ2 → 0000, 0000, 0000, 0000, 0000, 1000, 0100, 0010, 0001, 1100, 1110, 0111, 1111, 1011, 1001

Формування сигналу корекції помилки:

РГ3 □ 10) 1000,11) 0100,12) 0010,13) 0001,14) 1100,15) **0110**. Немає на виході регістра РГ1.

2.4 Дослідження властивостей системи зв'язку з каскадним кодуванням

Завданням виконання вимірювань є порівняння імовірнісної характеристики каскадного кодування з характеристикою складеного згорткового коду (14, 7). При розробці програми для імітаційного моделювання кодека каскадного коду як зовнішній код обраний циклічний код Хеммінга (15, 11), а внутрішнього – згортковий код (14, 7) з пороговим алгоритмом декодування. Цей код розглянуто раніше у лабораторних роботах № 1 та 2. Структурна схема послідовного каскадного кодування показана на рис. 2.1, але в рис. 2.7 представлений вид діалогового вікна до дослідження каскадного коду.

На рис. 2.7 розміщені поля для введення параметрів каналу та кнопки для введення команд: зверху з лівого боку два поля для введення ймовірності помилки в ДСК p_0 та обсягу вибірки L , що відповідає кількості закодованих СК з $R = 1/2$ каналних блоків. Ємність блоку

$$V = 2 \cdot x \cdot y = 2 \cdot 15 \cdot 15 = 450 \text{ біт};$$

з правого боку кнопки для введення команд - "Розрахунок", "Побудувати графік", "Очистити значення", "Очистити все" та "Вихід із програми"; внизу на полі для виведення проміжних вимірювань – L , I_1 , I_2 , I_3 та кінцевих значень результатів вимірювань – p_0 , Bit , I_1 , I_2 , I_3 , kd_1 , kd_2 , W_1 та W_2 , де $\text{Bit} = LV$.

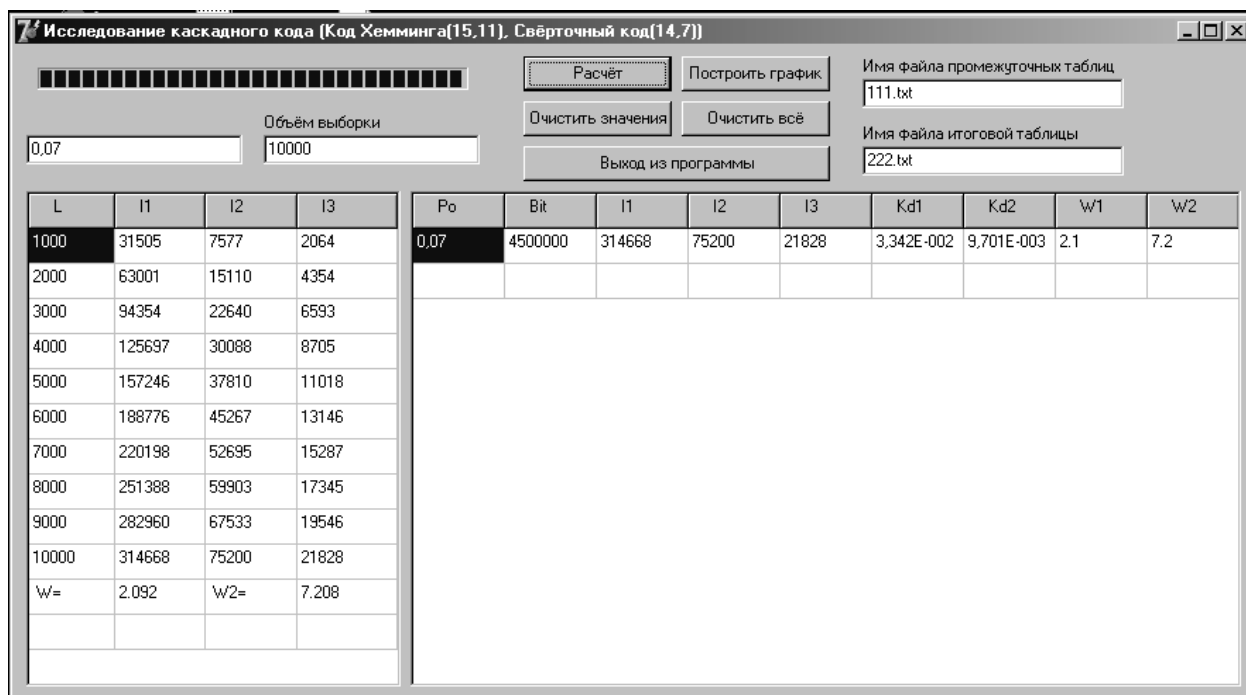


Рисунок 2.7 – Лицьова панель діалогового вікна лабораторної роботи

Наведені програмні ідентифікатори позначають таке: I1 – кількість помилок відповідно на виході ДСК, I2 – на виході внутрішнього декодера, I3 – на виході зовнішнього декодера; $kd1 = I2 / (Bit / 2)$,

$Kd2 = I3 / (L \cdot 15 \cdot 11)$ – коефіцієнти помилок на виходах внутрішнього та зовнішнього декодерів; $W1 = p0 / kd1$ - виграш по ймовірності помилки на виході внутрішнього декодера, $W2 = p0 / kd2$ - на виході зовнішнього декодера.

3 Домашнє завдання

3.1. Підготувати правильні відповіді на ключові питання.

3.2. Накреслити структурну схему каналу зв'язку за послідовного каскадного кодування.

3.3. Накреслити функціональну схему декодера Меггітта з урахуванням багаточлена, що породжує $P(x) = x^4 + x + 1$.

3.4 Підготувати таблицю 3.1 для запису даних, отриманих від комп'ютера: $p0$, L , Bit , $I1$, $I2$, $I3$, $kd1$, $kd2$, $W1$, $W2$ – для побудови імовірнісних характеристик $kd1 = f1(p0)$ та $kd2 = f2(p0)$ внутрішнього та зовнішнього кодів.

Рекомендовані значення ймовірностей помилок $p0$ у каналі ДСК та обсяги вибірки L вказані у табл. 3.1.

Таблиця 3.1 – Таблиця для заповнення результатами під час виконання лабораторного завдання

$p0$	L	Bit	I1	I2	I3	Kd1	Kd2	W1	W2
0,05	105								
0,03	5·105								
0,02	2·106								
0,01	2·106								

0,008	2·106								
-------	-------	--	--	--	--	--	--	--	--

4 Контрольні питання

4.1 У чому полягає побудова каналу зв'язку з послідовним каскадним кодуванням?

4.2 У чому полягає відмінність паралельного каскадного кодування (турбокодування) проти послідовним?

4.3 З якою метою при каскадних методах кодування застосовуються пристрої перемежування та відновлення символів під час кодування та декодування?

4.4 У чому полягає принцип роботи декодера Меггітта?

4.5 Які переваги має декодер зовнішнього коду за схемою Меггітта в порівнянні з синдромним декодером?

5 Лабораторне завдання

5.1 Пуск програми, що імітує роботу каналу зв'язку з послідовним каскадним кодуванням для виконання пунктів 5.2 та 5.3, здійснюється натисканням лівої клавіші миші ярлика



5.2 За вказаними значеннями p_0 і L побудувати в протоколі графіки імовірнісних характеристик декодування внутрішнього коду $kd1 = f1(p_0)$ та каскадного $kd2 = f2(p_0)$, використовуючи логарифмічний масштаб по двох осях координат: p_0 – абсцис, $kd1$, $kd2$ – ордина · Додаток А).

5.3 За отриманими даними від комп'ютера при $p = 0,05$ та $0,01$ визначити, у скільки разів зменшується ймовірність помилки на виході внутрішнього декодера для коду $(14, 7) - (kd1)$ порівняно із зовнішнім декодером для коду $(15, 11) - (kd2)$.

6 Зміст протоколу

6.1. Назва лабораторної роботи.

6.2 Ціль роботи.

6.3 Функціональна схема декодера Меггітта для коду $(15, 11)$.

6.4 Бланк таблиці 3.1 із результатами виконаної роботи.

6.5 Графіки характеристик $kd1 = f1(p_0)$ та $kd2 = f2(p_0)$ та обчислення за пунктом 5.2 лабораторного завдання.

6.6 Аналіз отриманих результатів виконаної роботи обсягом двох-трьох пропозицій.

6.7 Дата, підпис студента та віза викладача з оцінкою за 100-бальною шкалою.

Список рекомендованої літератури

- 1 Блох Е.Л., Зяблов В.В. Узагальнені каскадні коди. - М.: Зв'язок, 1976.
- 2 Склад Б. Цифровий зв'язок, Теоретичні основи та практичне застосування. Вид. 2-е, випр.: Пер. з англ. - М.: Вид-й будинок "Вільямс", 2003.
- 3 Басов В.Є. Експериментальне дослідження характеристик завадостійкості турбокодів при декодуванні їх ітераційним алгоритмом Вітербі: Метод. допомога. – Одеса: ОНАЗ ім. А.С. Попова, 2005.
- 4Блейхут Р.Теорія та практика кодів, що контролюють помилки. - М.: Світ, 1986.
- 5 Захарченко Н.В., Крисько О.С., Захарченко В.М. Основи кодування: Навч. допомога. - Одеса: УДАС ім. А.С. Попова, 1999.

***Вибір теми випускної роботи
з питань канального кодування***

Рекомендації щодо дипломного проектування

1 Вибір теми для дипломного проектування

Випускна кваліфікаційна робота у формі дипломного проекту чи дипломної роботи є завершальним етапом навчання студентів у вищому навчальному закладі. Змістом випускної роботи, згідно "Положення про випускні кваліфікаційні роботи спеціалістів та магістрів" ОНАЗ ім. О.С. По-пова, Одеса, 2003) є розробка вузлів телекомунікаційних систем та дослідження їх характеристик, що визначають якість зв'язку. Однією з можливих проблем для дослідження при дипломному проектуванні на кафедрі документального електрозв'язку є підвищення якості односторонніх цифрових систем передачі за допомогою завадового кодування.

Вибір коригуючого коду та визначення перешкодозахищеності системи зв'язку слід проводити з урахуванням теоретичних досліджень та результатів натурного моделювання у конкретному каналі. Останнє пов'язане з проведенням трудомісткого інженерного експерименту, який знаходиться, як правило, на завершальній стадії проектування системи зв'язку та впровадження в експлуатацію. В даний час для отримання попередніх результатів про ефективність коригувального коду застосовують різні методи імітаційного моделювання з використанням комп'ютера.

За результатами імітаційного моделювання можна зробити висновок про принципову працездатність проектованого пристрою, оцінити його можливі характеристики, встановити залежність характеристик деяких його параметрів, тобто визначити оптимальні значення параметрів проектованого пристрою. У деяких випадках може виявитися, що метод імітаційного моделювання більш трудомісткий, ніж інші, проте він простий у використанні, доступний широкому колу студентів, знайомих з елементарним програмуванням алгоритмічними або спеціалізованими мовами. Не слід забувати про наочність імітаційного моделювання, що допомагає значно скоротити термін дипломного проектування. Докладніше про імітаційне моделювання можна дізнатися у навчальному посібнику [1].

Нижче наведено орієнтовну тематику дипломних робіт, в яких має бути відображена логічна послідовність проектування на основі теоретичних знань та експериментальних досліджень на базі лекційного матеріалу та виконаних лабораторних робіт.

Рекомендовані теми дипломного проектування можна орієнтовно сформулювати так:

- 1 *Аналіз перешкодозахищеності системи зв'язку з каскадним кодуванням у каналі з АБГШ (комплексна тема).*
- 2 *Підвищення достовірності передачі цифрових сигналів у мережі з рухомими абонентами.*
- 3 *Проект цифрової системи зв'язку із застосуванням СК та декодуванням за алгоритмом Вітербі у гауссовому каналі (комплексна тема).*

По першій темі як зовнішній код може бути обраний один із найпростіших кодів Хеммінгу - (7, 4) або (15, 11). Як внутрішній доцільно вибрати самоортогональний СК з пороговим алгоритмом декодування або НСК з алгоритмом декодування по Вітербі.

За другою темою можна рекомендувати до розгляду можливості застосування систематичного СК із пороговим алгоритмом декодування із відносною швидкістю $R > 1/2$ [1, 2]. Багаточлени таких самоортогональних СК, що породжують, наведені в табл. 1.1.

Таблиця 1.1 - Різнісні множини самоортогональних СК

Rd_{мін} ДКО Ступені багаточленів, що породжують G(D)

1/2 5 14 0, 2, 5, 6
7 36 0, 5, 7, 13, 16, 17
9 72 0, 7, 10, 16, 18, 30, 31, 35

2/3 5 42 0, 8, 9, 12
0, 6, 11, 13
7 120 0, 14, 21, 23, 36, 39
0, 8, 27, 28, 32, 38

3/4 5 80 0, 3, 15, 19
0, 8, 17, 18
0, 6, 11, 13

4/5 5 135 0, 16, 20, 21
0, 2, 10, 25
0, 14, 17, 26
0, 11, 18, 24

По третій темі можна рекомендувати імітаційне моделювання кодека стосовно НСК (17, 15) з $df = 6$ або (35, 23) з $df = 7$ та інші, які наведені в табл. 1.2.

Таблиця 1.2 – багаточлени НСК, що породжують у двійковій та вісімковій формах

(G1, G2) 2	(G1, G2) 8	v	df	Na
7, 5	111, 101	2	5	6
17, 15	1 111, 1 101	3	6	8
35, 23	11 101, 10 011	4	7	10
75, 53	111 101, 101 011	5	8	12
171, 133	1 111 001, 1 011 011	6	10	14

2 Додаткові відомості для дипломного проектування.

Для виконання робіт з рекомендованих тем наведемо деякі відомості щодо розробки програми, що імітує роботу кодера НСК (35, 23), багаточлени якого, що породжують, представлені у восьмеричній формі. Для цього ж коду багаточлени, що породжують, з більшою наочністю можна представити у вигляді багаточленів

$$G1(D) = D^4 + D^3 + D^2 + 1, G2(D) = D^4 + D + 1.$$

Цей код характеризується такими параметрами: кількість інформаційних входів $k_0 = 1$, кількість перевірочних гілок на виході кодера $n_0 = 2$, вільна кодова відстань $df = 7$, ДКО $N_a = 10$ біт.

У табл. 2.1 вказані можливі переходи з $w_i - 1$ у w_i станів осередків пам'яті кодера (35, 23) при значеннях вхідних a_i та вихідних $(z_1 z_2)_i$ біт.

Таблиця 2.1 - Перелік можливих переходів станів у РД кодера коду (35, 23)

N_2	a_i	$w_i - 1$	w_i	$(z_1 z_2)_i$	N_2	a_i	$w_i - 1$	w_i	$(z_1 z_2)_i$
1	0	0000	0000	00	9	0	0001	0000	11
	1	0000	1000	11		1	0001	1000	00
2	0	1000	0100	10	10	0	1001	0100	01
	1	1000	1100	01		1	1001	1100	10
3	0	0100	0010	10	11	0	0101	0010	01
	1	0100	1010	01		1	0101	1010	10
4	0	1100	0110	00	12	0	1101	0110	11
	1	1100	1110	11		1	1101	1110	00
5	0	0010	0001	01	13	0	0011	0001	10
	1	0010	1001	10		1	0011	1001	01
6	0	1010	0101	11	14	0	1011	0101	00
	1	1010	1101	00		1	1011	1101	11
7	0	0110	0011	11	15	0	0111	0011	00
	1	0110	1011	00		1	0111	1011	11
8	0	1110	0111	01	16	0	1111	0111	10
	1	1110	1111	10		1	1111	1111	01

Відповідно до табл. 2.1 виконано побудову РД кодера, фрагмент якого наведено на рис. 2.1.

Рисунок 2.1 – Фрагмент РД кодера коду (35, 23)

При розробці імітаційної програми декодера Вітербі для коду (35, 23) можна використовувати процедури обчислення МС у такому вигляді:

$$\begin{aligned}
 w_0(i) &= \min [(w_0(i-1) + MB00(i)) \square (w_8(i-1) + MB11(i))]; \\
 w_1(i) &= \min [(w_0(i-1) + MB11(i)) \square (w_8(i-1) + MB00(i))]; \\
 w_2(i) &= \min [(w_1(i-1) + MB10(i)) \square (w_9(i-1) + MB01(i))]; \\
 w_3(i) &= \min [(w_1(i-1) + MB01(i)) \square (w_9(i-1) + MB10(i))]; \\
 w_4(i) &= \min [(w_2(i-1) + MB10(i)) \square (w_{10}(i-1) + MB01(i))]; \\
 w_5(i) &= \min [(w_2(i-1) + MB01(i)) \square (w_{10}(i-1) + MB10(i))]; \\
 w_6(i) &= \min [(w_3(i-1) + MB00(i)) \square (w_{11}(i-1) + MB11(i))]; \\
 w_7(i) &= \min [(w_3(i-1) + MB11(i)) \square (w_{11}(i-1) + MB00(i))]; \\
 w_8(i) &= \min [(w_4(i-1) + MB01(i)) \square (w_{12}(i-1) + MB10(i))]; \\
 w_9(i) &= \min [(w_4(i-1) + MB10(i)) \square (w_{12}(i-1) + MB01(i))]; \\
 w_{10}(i) &= \min [(w_5(i-1) + MB11(i)) \square (w_{13}(i-1) + MB00(i))]; \\
 w_{11}(i) &= \min [(w_5(i-1) + MB00(i)) \square (w_{13}(i-1) + MB11(i))]; \\
 w_{12}(i) &= \min [(w_6(i-1) + MB11(i)) \square (w_{14}(i-1) + MB00(i))]; \\
 w_{13}(i) &= \min [(w_6(i-1) + MB00(i)) \square (w_{14}(i-1) + MB11(i))]; \\
 w_{14}(i) &= \min [(w_7(i-1) + MB01(i)) \square (w_{15}(i-1) + MB10(i))]; \\
 w_{15}(i) &= \min [(w_7(i-1) + MB10(i)) \square (w_{15}(i-1) + MB01(i))].
 \end{aligned}$$

На закінчення вважаємо за корисне для перевірки працездатності розробленої в дипломному проекті програми для коду (35, 23) навести роздрук значень МС фрагмента РД, що відображає динаміку поведінки декодера (рис. 2.2).

```

ai 0 1 0 0 0 1 1 1 0 0 1 0 0 1 0 1 1 0 1 1 1
z1z2 10 11 00 01 01 00 01 11 01 00 01 01 10 10 01 01 00 11 00 11 00
wo 00 00 00 00 00 00 00 00 01 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00

```

v1v2 10 11 00 01 01 00 01 10 01 00 01 01 10 10 01 01 00 11 00 11 00

i 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40

```

0000 5 3 3 4 5 2 3 4 5 4 4 4 3 4 4 5 5 4 4 5 5
1000 5 5 4 4 5 0 3 4 5 2 4 4 3 4 4 5 4 5 6 4 4
0100 5 5 5 3 3 3 2 3 4 5 3 1 4 3 1 5 5 5 6 6 5
1100 3 5 5 4 4 3 0 3 4 5 2 3 4 4 3 4 5 5 6 6 5
0010 3 5 5 0 5 4 4 2 4 5 2 4 1 4 4 3 5 4 6 6 4
1010 4 5 5 2 3 4 3 4 3 5 4 3 3 4 3 1 5 4 6 6 4
0110 5 4 5 3 5 4 4 1 4 4 4 3 4 5 5 4 4 1 5 4 3
1110 5 3 3 3 5 3 4 1 4 5 4 3 4 5 5 4 4 3 4 6 1
0001 3 4 3 5 0 5 4 5 2 3 3 2 5 3 4 4 4 6 5 4 6
1001 4 4 3 3 2 5 3 4 4 3 1 4 4 1 5 4 4 6 5 4 6
0101 4 4 0 5 3 4 5 4 5 2 4 5 4 4 5 4 3 5 5 3 4
1101 4 3 2 5 3 3 5 4 5 3 4 5 4 4 5 4 1 4 4 1 6
0011 3 2 3 5 4 3 5 4 2 1 5 5 4 5 4 6 5 4 3 5 5
1011 3 0 4 5 4 5 5 4 2 3 5 5 4 5 4 6 4 5 1 4 4
0111 0 3 4 3 3 5 3 5 1 4 5 4 4 3 5 5 5 5 4 5 6
1111 2 3 4 4 4 5 5 4 3 4 4 4 3 4 4 4 5 5 4 5 6

```

Малюнок 2.2 – Траєкторія колії з мінімальними значеннями метрик станів за РД декодера коду (35, 23)

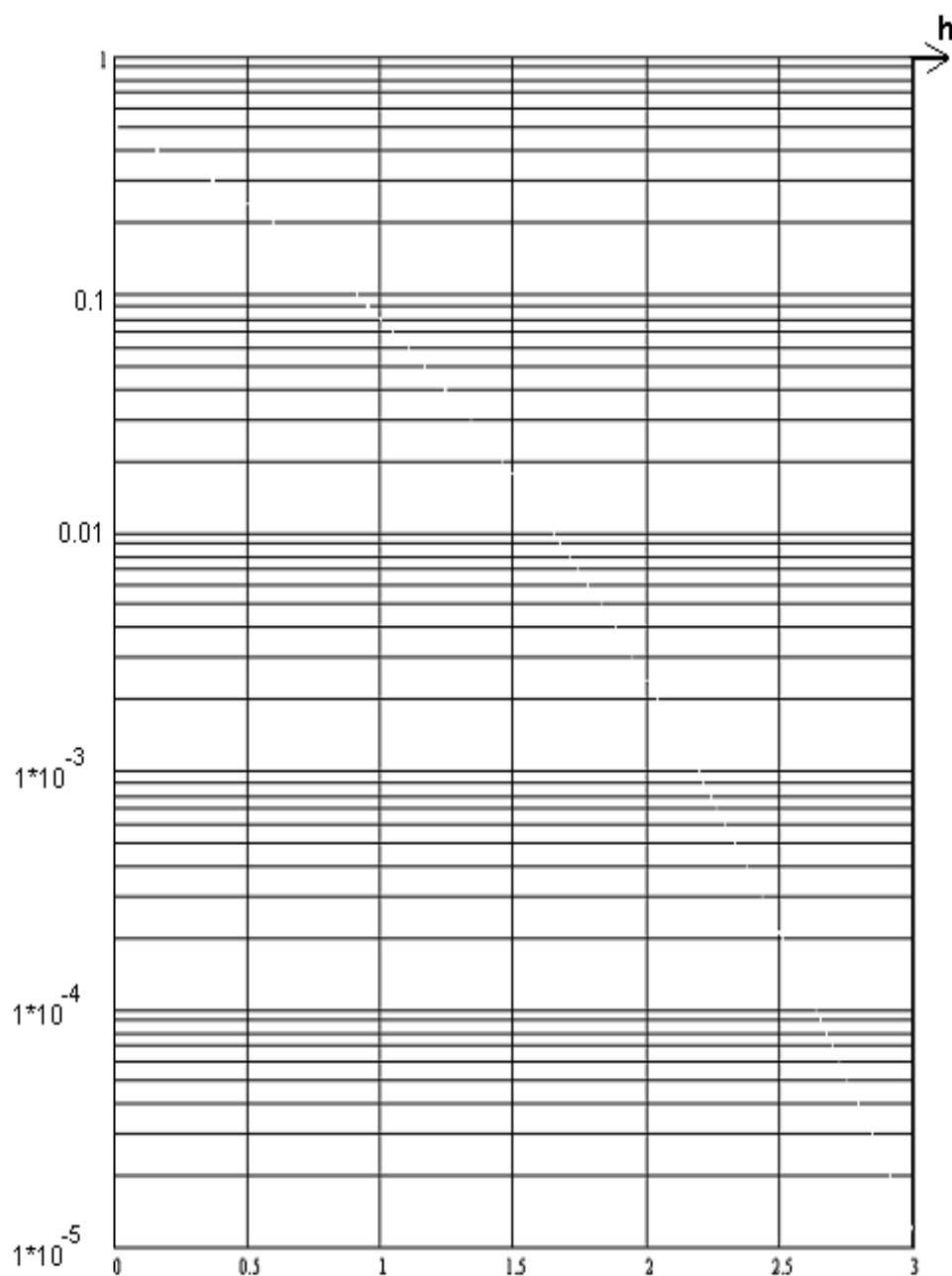
На цьому малюнку стрілками показаний шлях, що вижив, який визначається переходами по РД із дзеркальним відображенням РД декодера.

Список рекомендованої літератури

- 1 **Захарченко Н. В., Крисько О. С., Захарченко В. М.** Основи кодування: Навч. допомога. - Одеса: УДАС ім. А. С. Попова, 1999.
- 2 **Золотарьов В. В., Овечкін Г. В.** Перешкодостійке кодування. (Довідник: Методи та алгоритми) - М.: Гаряча лінія - Телеком, 2004.

Додаток А
**Зразок бланка для побудови характеристики декодування
у каналі з АБГШ**

Лабораторна робота № _____



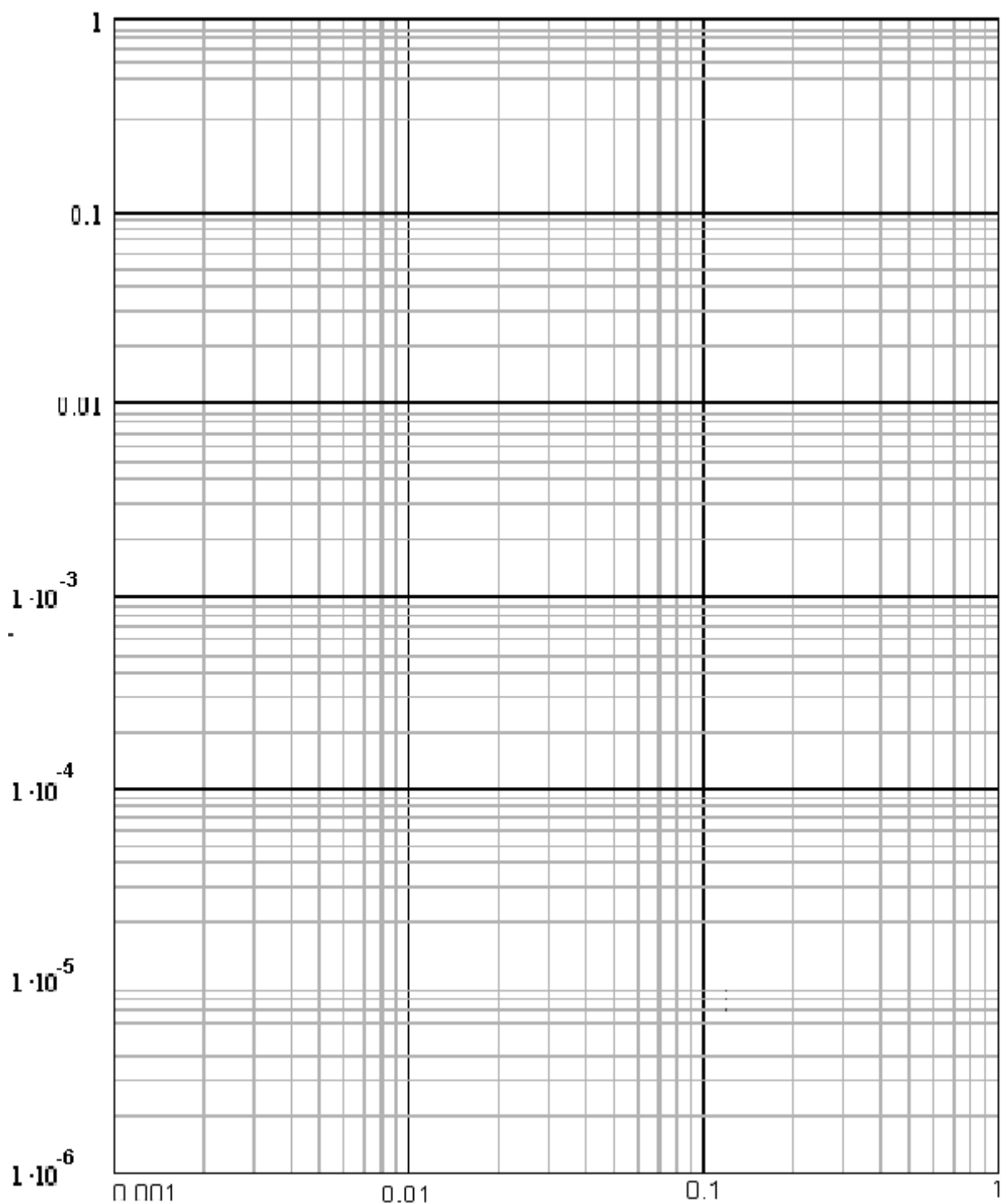
Студент (гр., ф. і. о) _____

Викладач _____

Додаток Б

Зразок бланка для побудови ВХД коригувальних кодів

Лабораторна робота № _____



Студент (гр., ф. і. о.).

Викладач _____

додатокУ

Роздрукування програми, що імітує роботу кодека НСК (7, 5) у ДСК



V7_5_st.pas

```

Program V7_5;
USES DOS;
Var
P0, Pk, Pd, W: Real;
J,K,L,SS1,SS2,E,V,Q0,G1,Q2,G3,DZU,I1: Integer;
X1, X2, W1, W2, V1, V2, R, SS: Integer;
I, Ii, Ik, Id, Nt: LongInt;
Q: Array [0..3] of 0..1;
A0: Array [0..5] of 0..1;
CC: Array [0..4] of LongInt;
A1: Array [0..30] of 0..1;
C,D: Array [0..7,0..30] of 0..1;
T0,T1,T2,T3: Array [0..30] of 0..1;
S1, S2, S3, R1: Array [0..100] of 0..1;
TT0, TT1, TT2, TT3: Integer;
MW0, MW1, MW2, MW3: Integer;
MP0, MP1, MP2, MP3: LongInt;
MR0,MR1,MR2,MR3: LongInt;
MS0,MS1,MS2,MS3: Array [0..3] of LongInt;
Label M0, M1, M2;
BEGIN
P0:= 0.01; Nt:= 5000000; DZU:= 22;
i:=0; Ik:= 0; Id:= 0; i1:=1;
A0[0]:=0; A0[1]:=0; A0[2]:=0; A0[3]:=0; A0[4]:=0; A0[5]:=1;
For k:=0 To 15 Do A1[k]:=0;
WriteLn; Write ( 'P0 = ', P0: 9, 'DZU = ', DZU, ");
  Randomize; {}
M0: i:=i+1; Ii:=Ii+1;
IF i=1 Then Begin MS0[2]:=0; MS1[2]:=0; MS2[2]:=0; MS3[2]:=0;
MP0:= 0; MP1:= 0; MP2:= 0; MP3:= 0;
MR0:=0; MR1:=0; MR2:=0; MR3:=0; End;
{ПСП-63}
L:=(A0[4]+A0[5]) Mod 2; For J:=4 DownTo 0 Do A0[J+1]:= A0[J];
A0[0]:=L;
{ Реєстр затримки інформаційних бітів }
A1[0]:=L; Для j:=DZU+2 DownTo 0 Do A1[j+1]:=A1[j];
SS:=A1[DZU+2];
If i<100 Then S1[i]:=A1[DZU+2];

```

```

{ КОДЕР ( 7, 5) }
Q[0]:=L;
SS1:=(Q[0]+Q[1]+Q[2]) Mod 2; SS2:= (Q [0] + Q [2]) Mod 2;
{Зсув вмісту осередків пам'яті кодера}
For K:=1 DownTo 0 Do Q[k+1]:=Q[k];
W1:= SS1; W2:= SS2;
{Д С К }
W1:= SS1; W2:= SS2;
If (Random<P0) Then Begin SS1:=(SS1+1) Mod 2; E:=1 End;
If (Random<P0) Then Begin SS2:=(SS2+1) Mod 2; V:=1 End;
Ik:= Ik + E + V; E:= 0; V:= 0;
X1:= SS1; X2:= SS2;
V1:= (W1 + X1) Mod 2; V2:= (W2 + X2) Mod 2;
If i<50 Then Begin S2[i]:=V1; S3[i]:= V2; End;
{ ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ ДЕКОДЕРА ВІТЕРБІ }
{Обчислення метрик гілок РД}
MW0:= X1 + X2;
MW1:= (X1 + 1) Mod 2 + X2;
MW2:= X1 + (X2 +1) Mod 2;
MW3:= (X1+1) Mod 2 + (X2+1) Mod 2;
  { Процесор декодера }
MP0:= MS0 [2] + MW0;
MR0:=MS2[2]+MW3; IF MP0<MR0 Then Begin MS0[3]:=MP0; TT0:= 0; End
Else Begin MS0[3]:=MR0; TT0:= 1; End;
MP1:=MS0[2]+MW3;
MR1:=MS2[2]+MW0; IF MP1<MR1 Then Begin MS1[3]:=MP1; TT1:= 0; End
Else Begin MS1[3]:=MR1; TT1:= 1; End;
MP2:= MS1 [2] + MW1;
MR2:=MS3[2]+MW2; IF MP2<MR2 Then Begin MS2[3]:=MP2; TT2:= 0; End
Else Begin MS2[3]:=MR2; TT2:= 1; End;
MP3:=MS1[2]+MW1;
MR3:=MS3[2]+MW2; IF MP3<MR3 Then Begin MS3[3]:=MP3; TT3:= 0; End
Else Begin MS3[3]:=MR3; TT3:= 1; End;
MS0[2]:=MS0[3]; MS1[2]:=MS1[3];
MS2[2]:=MS2[3]; MS3[2]:=MS3[3];
{CC[0]:=MS0[3]; CC[1]:=MS1[3]; CC[2]:=MS2[3]; CC[3]:=MS3[3];}
T0[0]:= TT0; T1[0]:= TT1; T2[0]:= TT2; T3[0]:= TT3;
{ Тестування }
D[0,0]:=1; D[1,0]:=1; D[2,0]:=1; D[3,0]:=1;
{Декодуєче ЗУ}
For L:=0 To DZU Do Begin
C[0,L]:=NOT T0[L] AND D[0,L];
C[1,L]:=NOT T1[L] AND D[1,L]; D[0,L+1]:=C[0,L] OR C[1,L];
C[2,L]:=NOT T2[L] AND D[2,L];
C[3,L]:=NOT T3[L] AND D[3,L]; D[1,L+1]:=C[2,L] OR C[3,L];
C[4,L]:=T0[L] AND D[0,L];
C[5,L]:=T1[L] AND D[1,L]; D[2,L+1]:=C[4,L] OR C[5,L];
C[6,L]:=T2[L] AND D[2,L];
C[7,L]:=T3[L] AND D[3,L]; D[3,L+1]:=C[6,L] OR C[7,L];
End;

```


{ Вихідний пристрій декодера }

Q0: = D [0, DZU + 1]; G1: = D [1, DZU + 1];

Q2:=D[2,DZU+1]; G3: = D [3, DZU + 1];

If (Q0 = 1) OR (Q2 = 1) Then R: = 0;

If (G1=1) OR (G3=1) Then R:=1;

Id: = Id + (SS XOR R);

If i<100 Then R1[i]:=R;

{Зсув вмісту осередків пам'яті декодуючого ЗУ}

For K:=OZU DownTo 0 Do Begin

T0[k+1]:=T0[k]; T1[k+1]:=T1[k];

T2[k+1]:=T2[k]; T3[k+1]:=T3[k]; End

{ Висновок проміжних результатів декодування }

If Ii = Nt/5 Then GoTo M1 Else GoTo M2;

M1: Pk: = Ik / (2 * I); Pd: = Id / I; W: = Pk / Pd;

WriteLn; Write ('*',I1:2);

Write ('I = ',I:9,'Ik=',Ik:8,'Pk=',Pk:9,

'Id =',Id:6, 'Pd =',Pd:8, 'W =',W:8);

I1:= I1+1; Ii: = 0;

M2: If I <Nt Then GoTo M0;

WriteLn; WriteLn;

Write ('I = ',I:9,'Ik=',Ik:8,'Pk=',Pk:9,

'Id =',Id:6, 'Pd =',Pd:8, 'W =',W:8);

Write ('V7_5_st');

WriteLn; Write ('***** \$*****');

WriteLn;

END.



ЗАХАРЧЕНКО
Микола Васильович



КРИСЬКО
Арнольд
Семенович

№

Редактор І. В. Ращупкіна
Макетування - Ткачова І.М.