

**ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ ТЕХНОЛОГІЙ І
ЗВ'ЯЗКУ**

Кафедра Комп'ютерних наук

Заврак М.В.

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

з дисципліни «Комп'ютерна дискретна математика»

до лабораторних робіт

для здобувачів денної форми навчання

Галузі знань F «Інформаційні технології»

ОДЕСА

ДУІТЗ

2025

УДК 519.1/.8(07)

Автори:

Заврак М.В. к.т.н., доцент кафедри Комп'ютерних наук Державного університету інтелектуальних технологій і зв'язку;

Рецензенти:

Гожий О. П., професор, д.т.н., професор кафедри Інтелектуальних Інформаційних систем ЧНУ ім. П. Могили

Калініна Т. О., к.т.н., доцент кафедри Інженерії програмного забезпечення Одеського державного університету інтелектуальних технологій і зв'язку

*Рекомендовано до друку Навчально-методичною Радою
Державного університету інтелектуальних технологій і зв'язку
(протокол №4 від 30 січня 2025 р.)*

Комп'ютерна дискретна математика : методичні вказівки до лабораторних робіт [для здобувачів першого (бакалаврський) рівня вищої освіти галузі знань F «Інформаційні технології»] / уклад. М. В. Заврак. Одеса : ДУІТЗ, 2025. 52 с. URL: <https://metod.suitt.edu.ua>

Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт містять п'ять лабораторних робіт, що призначені для вивчення основних положень з дисципліни «Комп'ютерна дискретна математика».

ЗМІСТ

ВСТУП	4
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №1	5
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №2	11
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №3	14
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №4	32
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №5	44
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	52

ВСТУП

Розвиток сучасних об'єктів нової техніки неможливий без розробки інструментальних наукових і інженерних засобів, основою яких є різні розділи математики.

Дискретна математика відноситься до основних розділів математики і є базовою наукою багатьох прикладних наук: теорії логіки, математичних основ представлення знань, теорії алгоритмів, прикладної теорії цифрових автоматів і ін.

Запропоновані методичні вказівки містять роботи, які сприяють засвоєнню практичних навиків застосування дискретної математики в інженерній практиці, дають можливість придбання навиків перекладання формалізованої мови математики на одну з програмних інженерних мов.

Кожна лабораторна робота є логічним продовженням послідуєчої роботи, що визначає їх порядок виконання в тій послідовності, яка запропонована в методичних вказівках

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №1

Множини. Завдання множин. Дії над множинами

Основні теоретичні відомості

1. Задати множину A випадковим чином з k елементів, кожен з елементів взяти з діапазону $[0, m]$ (повторювані елементи видалити). Задати випадковим чином k елементів з діапазону $[0, m + n]$, перевірити, чи входить кожен з цих елементів у множину A , записати це відповідним чином. Знайти кардинальне число множини A , знайти кардинальне число булеана множини A . Онлайн генератор випадкових чисел <https://generator-online.com/numbers/>. У звіт включити скріншоти зі згенерованими числами. Значення k, n, m для варіантів наведені в таблиці 1.

Таблиця 1 - Варіанти для завдання 1

№ варіанту	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
k	6	7	8	9	10	5	7	8	9	10
m	20	18	16	14	14	16	18	20	22	24
n	10	11	12	13	14	14	13	12	11	10
№ варіанту	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
k	9	8	7	9	8	7	9	8	7	10
m	21	19	17	15	15	17	19	21	23	25
n	14	13	12	11	10	10	11	12	13	14
№ варіанту	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
k	9	8	7	9	8	7	10	7	6	9
m	23	21	19	15	15	17	19	21	23	25
n	2	3	4	5	4	3	2	1	2	3

2. Скласти множину A з букв прізвища, множину B - з букв імені, множину C - з букв по батькові (повторювані елементи видалити). Знайти: об'єднання множин A , B і C , перетин множин A , B і C , різницю $A \setminus B$, різницю $B \setminus A$, симетричну різницю множин A і B .

3. Задати множини A і B випадковим чином з k елементів, кожен з елементів взяти з діапазону $[0, m]$ (повторювані елементи видалити). Перевірити, яке з тверджень буде вірним:

А) $A \subset B$; Б) $B \subset A$; В) $A = B$; Г) $A \cap B = C$, де $C \neq \emptyset$; Д) $A \cap B = \emptyset$

Значення k, m для варіантів наведені в табл.2.

Таблиця 2 – Варіанти для завдання 3

№ варіанту	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
k	8	8	9	10	11	10	11	10	9	9
m	10	11	12	13	14	14	13	12	11	10
№ варіанту	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
k	8	10	11	12	12	13	9	12	10	10
m	10	11	12	13	14	14	13	12	11	10
№ варіанту	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
k	8	12	13	12	10	11	13	12	11	7
m	12	13	15	14	13	13	16	14	13	12

4. Для множин A та B , що задані в табл.3 зобразити об'єднання: $A \cup B$, перетин: $A \cap B$ і різницю: $A \setminus B$.

Таблиця 3 – Варіанти для завдання 4

№ вар.	A	B	№ вар.	A	B
1	$\{(x,y): x^2 + y^2 \leq 36\}$	$\{(x,y): x^2 + y^2 \geq 16\}$	14	$\{(x,y): x - y^2 \geq 5\}$	$\{(x,y): x^2 + y^2 \leq 16\}$
2	$\{(x,y): x^2 + y^2 \geq 16\}$	$\{(x,y): x^2 + y^2 \geq 36\}$	15	$\{(x,y): x^2 + y^2 \geq 25\}$	$\{(x,y): x + y^2 \geq 4\}$
3	$\{(x,y): x^2 + y^2 \geq 36\}$	$\{(x,y): x^2 + y^2 \leq 16\}$	16	$\{(x,y): x^2 + y \leq 5\}$	$\{(x,y): x^2 + y^2 \geq 36\}$
4	$\{(x,y): x^2 + y^2 \leq 36\}$	$\{(x,y): x^2 + y^2 \leq 16\}$	17	$\{(x,y): x^2 + y^2 \leq 16\}$	$\{(x,y): x^2 - y \geq 7\}$
5	$\{(x,y): x^2 + y^2 \geq 25\}$	$\{(x,y): x^2 + y^2 \geq 16\}$	18	$\{(x,y): x^2 + y \geq 2\}$	$\{(x,y): x^2 + y^2 \leq 36\}$
6	$\{(x,y): xy \leq 4\}$	$\{(x,y): x^2 + y^2 \geq 36\}$	19	$\{(x,y): x^2 - y \geq 5\}$	$\{(x,y): x^2 + y^2 \leq 16\}$
7	$\{(x,y): x^2 + y^2 \leq 16\}$	$\{(x,y): xy \geq 5\}$	20	$\{(x,y): x^2 + y^2 \geq 25\}$	$\{(x,y): x^2 + y \geq -4\}$
8	$\{(x,y): xy \geq 4\}$	$\{(x,y): x^2 + y^2 \leq 36\}$	21	$\{(x,y): xy \leq 4\}$	$\{(x,y): x^2 + y \leq 5\}$
9	$\{(x,y): xy \geq 5\}$	$\{(x,y): x^2 + y^2 \leq 16\}$	22	$\{(x,y): x^2 + y^2 \leq 16\}$	$\{(x,y): x^2 + y \leq 16\}$
10	$\{(x,y): x^2 + y^2 \geq 25\}$	$\{(x,y): xy \geq 4\}$	23	$\{(x,y): xy \geq 4\}$	$\{(x,y): x^2 + y \geq 2\}$
11	$\{(x,y): x^2 - y \leq 4\}$	$\{(x,y): x^2 + y^2 \geq 36\}$	24	$\{(x,y): xy \geq 5\}$	$\{(x,y): x^2 - y \geq 5\}$
12	$\{(x,y): x^2 + y^2 \leq 16\}$	$\{(x,y): x^2 + y \geq 5\}$	25	$\{(x,y): x^2 + y^2 \geq 25\}$	$\{(x,y): x^2 + y^2 \geq 25\}$
13	$\{(x,y): x^2 - y \geq 4\}$	$\{(x,y): x^2 + y^2 \leq 36\}$	26	$\{(x,y): xy \geq 5\}$	$\{(x,y): x^2 + y^2 \geq 36\}$

Результат виконання завдання представити рисунками:

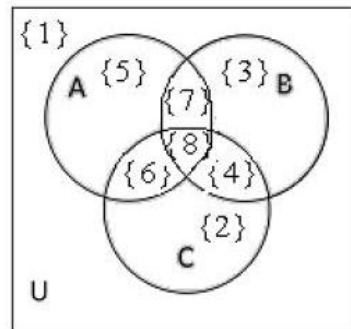
1 – точки множини A , показані одним кольором;

2 – точки множини B , показання іншим кольором;

3 – точки результату кожної операції, показані третім кольором. Рисунки намалювати вручну і перевірити побудовою в Geogebra Classic.

5. На діаграмі Вена зображені множини та вказані їх потужності:

$$|\{1\}|=30, |\{2\}|=7, |\{3\}|=5, |\{4\}|=2, |\{5\}|=6, |\{6\}|=4, |\{7\}|=8, |\{8\}|=2$$



Заштрихувати на діаграмі множину, яка задається формулою (табл. 4) і визначити потужність цієї множини.

Таблиця 4 - Варіанти для завдання 4

Варіант	Формула	Варіант	Формула
1	$(A \cup B) \setminus C$	14	$C \setminus (A \cup B)$
2	$(A \cap B) \setminus C$	15	$\overline{C \Delta (A \cup B)}$
3	$(\overline{A \cup B}) \setminus \overline{C}$	16	$\overline{C \Delta (A \cap B)}$
4	$A \setminus (\overline{B \cup C})$	17	$(A \Delta B) \Delta C$
5	$A \setminus (B \cap C)$	18	$(A \Delta B) \Delta \overline{C}$
6	$\overline{A \Delta (B \cup C)}$	19	$A \cup (\overline{B \setminus C})$
7	$\overline{(A \Delta B) \cup C}$	20	$B \cup (\overline{A \setminus C})$
8	$B \setminus (\overline{A \cup C})$	21	$\overline{B \cap (C \setminus A)}$
9	$B \Delta (\overline{A \cup C})$	22	$\overline{(A \cap B) \Delta C}$
10	$\overline{B \Delta (A \cup C)}$	23	$(A \cup B) \Delta C$
11	$\overline{A \setminus (\overline{B \cup C})}$	24	$(A \setminus B) \setminus C$
12	$C \setminus (\overline{A \cap B})$	25	$A \setminus (\overline{B \setminus C})$
13	$C \Delta (\overline{A \cup B})$		

6. Задана універсальна множина U і множини A, B, C, D (табл. 5):

а) обчислити елементи результуючої множини, використовуючи операції над множинами;

б) сформулювати характеристичні вектори для вхідних множин і отримати

результуючу множину, використовуючи дії над характеристичними векторами.

Порівняти результати.

Таблиця 5 – Варіанти для завдання 6

Варіант	Дано	Знайти
1	$U = \{-15, -14, -13, -12, -11\}$, $A = \{-15, -13, -12\}$; $B = \{-14, -12, -11\}$; $C = \{-15, -11\}$; $D = \{-12\}$	$A \cup \bar{C}$; $(B \cup C) \setminus (A \setminus D)$; $(U \setminus C) \cap A$
2	$U = \{a, b, c, d, e\}$, $A = \{a, b, c\}$; $B = \{b, c, d\}$; $C = \{a, e\}$; $D = \{d\}$	$\overline{A \cap B}$; $(B \setminus D) \setminus (A \cup C)$; $(U \setminus B) \cup D$
3	$U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$; $A = \{1, 3, 5\}$; $B = \{2, 4\}$; $C = \{2, 3, 4\}$; $D = \{5\}$.	$\overline{A \cap D}$; $((A \setminus C) \setminus D) \cup B$; $(U \setminus A) \cup D$.
4	$U = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $A = \{2, 4\}$; $B = \{4, 6, 8\}$; $C = \{2, 6, 10\}$; $D = \{4\}$.	$A \cap \bar{D}$; $(B \setminus C) \cap D$; $(A \setminus B) \cap (U \setminus D)$.
5	$U = \{x, y, z, t, u\}$, $A = \{t\}$; $B = \{x, u\}$; $C = \{x, y, z\}$; $D = \{y, t\}$.	$C \cup \bar{D}$; $(A \cup C) \setminus B$; $(U \setminus A) \setminus \bar{B}$.
6	$U = \{-10, -5, 5, 10, 15\}$, $A = \{-10, 10\}$; $B = \{-5, 5, 15\}$; $C = \{5, 10, 15\}$; $D = \{5\}$.	$A \cap \bar{B}$; $\overline{D \cap C} \setminus A$; $U \cap (B \setminus \bar{D})$.
7	$U = \{10, 11, 12, 13, 14\}$, $A = \{10, 11, 12\}$; $B = \{12, 13, 14\}$; $C = \{10, 14\}$; $D = \{12\}$.	$(B \cup A) \setminus \bar{C}$; $B \cup D$; $(U \setminus (B \cap C)) \setminus D$.
8	$U = \{a, b, c, d, e, f, g\}$, $A = \{a, b, c, d\}$; $B = \{c, d, e, f, g\}$; $C = \{d, e, f\}$; $D = \{f, g\}$.	$(U \setminus A) \setminus B$; $C \cap \bar{D}$; $\overline{A \cap C}$.
9	$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A = \{1, 2, 3, 4\}$; $B = \{4, 5, 6, 7\}$; $C = \{2, 4, 6\}$; $D = \{2, 4\}$.	$(B \cup D) \setminus (A \cap C)$; $\overline{D \cup C}$; $(U \setminus \bar{A}) \setminus \bar{D}$.
10	$U = \{1, 3, 4, 5, 7, 9\}$, $A = \{1, 3, 9\}$; $B = \{5, 7, 9\}$; $C = \{4, 5\}$; $D = \{9\}$.	$(U \setminus D) \setminus C$; $(\overline{C \setminus B}) \cup A$; $A \cap D$.
11	$U = \{-15, -14, -13, -12, -11\}$, $A = \{-15, -13, -12\}$; $B = \{-14, -12, -11\}$; $C = \{-15, -11\}$; $D = \{-12\}$.	$A \cap C$; $(U \setminus C) \cap A$; $\overline{D \cap C}$.
12	$U = \{a, b, c, d, e\}$, $A = \{a, b, c\}$; $B = \{b, c, d\}$; $C = \{a, e\}$; $D = \{d\}$.	$A \cup \bar{B}$; $(U \setminus B) \cup D$; $\overline{A \cap C}$.

Продовження таблиці 5

Варіант	Дано	Знайти
13	$U = \{1, 2, 3, 4, 5\}, A = \{1, 3, 5\}; B = \{2, 4\};$ $C = \{2, 3, 4\}; D = \{5\}.$	$(U \setminus A) \cup D; \overline{C \cap B};$ $(A \cap C) \cup B.$
14	$U = \{2, 4, 6, 8, 10\}, A = \{2, 4\};$ $B = \{4, 6, 8\}; C = \{2, 6, 10\}; D = \{4\}.$	$\overline{A \cup C};$ $(A \setminus B) \cap (U \setminus D);$ $\overline{B \cup C}.$
15	$U = \{x, y, z, t, u\}, A = \{t\}; B = \{x, u\};$ $C = \{x, y, z\}; D = \{y, z, t\}.$	$\overline{D \cap C}; (U \setminus A) \setminus \overline{B};$ $\overline{A \cap B}.$
16	$U = \{-10, -5, 5, 10, 15\}, A = \{-10, 10\};$ $B = \{-5, 5, 15\}; C = \{5, 10, 15\}; D = \{5\}.$	$\overline{A \cup B};$ $(A \cap C) \setminus (B \cup D);$ $U \cap (B \setminus \overline{D})$
17	$U = \{10, 11, 12, 13, 14\}, A = \{10, 11, 12\};$ $B = \{12, 13, 14\}; C = \{10, 14\}; D = \{12\}.$	$A \cap \overline{C};$ $(U \setminus (B \cap C)) \setminus D;$ $\overline{B \cup D}.$
18	$U = \{a, b, c, d, e, f, g\}, A = \{a, b, c, d\},$ $B = \{c, d, e, f, g\}, C = \{d, e, f\}.$	$C \cap \overline{D}; (\overline{B \setminus C}) \cup A;$ $(U \setminus A) \setminus B.$
19	$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}, A = \{1, 2, 3, 4\};$ $B = \{4, 5, 6, 7\}; C = \{2, 4, 6\}; D = \{2, 4\}.$	$A \cup \overline{C}; \overline{A \cap B};$ $(U \setminus \overline{A}) \setminus \overline{D}$
20	$U = \{1, 3, 5, 7, 9\}, A = \{1, 3, 9\}; B = \{5, 7, 9\};$ $C = \{4, 5\}; D = \{9\}.$	$A \cap D; B \cup \overline{C}; \overline{D \cap B};$ $(U \setminus D) \setminus C.$
21	$U = \{1, 2, 3, 4, 5\}, A = \{1, 3, 5\}; B = \{2, 4\};$ $C = \{2, 3, 4\}; D = \{5\}.$	$\overline{A \cap D}; (U \setminus A) \cup D;$ $\overline{C \cap B}.$
22	$U = \{2, 4, 6, 8, 10\}, A = \{2, 4\}; B = \{4, 6, 8\};$ $C = \{2, 6, 10\}; D = \{4\}.$	$A \cap \overline{D};$ $(A \setminus B) \cap (U \setminus D);$ $\overline{B \cup C}.$
23	$U = \{x, y, z, t, u\}, A = \{t\}; B = \{x, u\};$ $C = \{x, y, z\}; D = \{y, z, t\}.$	$C \cup \overline{D}; \overline{D \cap C};$ $(U \setminus A) \setminus \overline{B}.$
24	$U = \{-10, -5, 5, 10, 15\}, A = \{-10, 10\};$ $B = \{-5, 5, 15\}; C = \{5, 10, 15\}; D = \{5\}.$	$\overline{D \cap C} \setminus A; \overline{A \cup B};$ $U \cap (B \setminus \overline{D}).$
25	$U = \{10, 11, 12, 13, 14\}, A = \{10, 11, 12\};$ $B = \{12, 13, 14\}; C = \{10, 14\}; D = \{12\}.$	$(B \cup A) \setminus \overline{C}; A \cap \overline{C};$ $(U \setminus (B \cap C)) \setminus D.$

7. За допомогою кругів Ейлера довести рівності. Для лівої та правої частин рівності послідовно для операцій виразів зобразити круги. Кінцеві діаграми порівняти та зробити висновок.

Таблиця 6 – Варіанти для завдання 7

№ варіанту	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
вираз	1.а	1.б	1.в	2.а	2.б	2.в	3.а	3.б	3.в	4.а
№ варіанту	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
вираз	4.б	4.в	5.а	5.б	5.в	6.а	6.б	6.в	7.а	7.б
№ варіанту	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
вираз	7.в	8.а	8.б	8.в	9.а	9.б	9.в	10.а	10.б	10.в

- | | | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>1) а) $A \cap \bar{B} = (A \cup B) \cap \bar{B}$;
 б) $\bar{B} \setminus \bar{A} = (A \setminus B) \cap A$;
 в) $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus B) \setminus (C \setminus B)$.</p> <p>2) а) $A \cup \bar{B} = (\bar{A} \cap \bar{B}) \cup A$;
 б) $B \setminus A = (A \cap B) \cup \bar{B}$;
 в) $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$.</p> <p>3) а) $\bar{A} \cup B = (A \cap B) \cup \bar{A}$;
 б) $B \setminus A = (A \cup B) \cap \bar{A}$;
 в) $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$.</p> <p>4) а) $A \cap \bar{B} = (\bar{A} \cup \bar{B}) \cap A$;
 б) $B \setminus A = (A \cap \bar{B}) \cup \bar{A}$;</p> | <p>5) а) $A \cap B = A \setminus (A \cap \bar{B})$;
 б) $A \cup B = B \cup (A \setminus B)$;
 в) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus (C \setminus B)$.</p> <p>6) а) $A \cap B = B \setminus (B \cap \bar{A})$;
 б) $A \cup B = A \cup (\bar{A} \setminus \bar{B})$;
 в) $A \cup (B \setminus C) = (A \cup B) \setminus (C \setminus A)$.</p> <p>7) а) $\bar{A} \cap B = (A \cup B) \cap \bar{A}$;
 б) $A \setminus \bar{B} = (A \cap \bar{B}) \cup \bar{A}$;
 в) $(A \setminus C) \setminus C = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$.</p> <p>8) а) $A \cap B = (\bar{A} \cup B) \setminus \bar{A}$;
 б) $A \cup B = B \cup (\bar{B} \setminus \bar{A})$;
 в) $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$.</p> | <p>9) а) $A \cap B = A \setminus (A \setminus B)$;
 б) $\bar{A} \setminus \bar{B} = (A \cup B) \cap \bar{A}$;
 в) $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus C$.</p> <p>10) а) $A \cap B = A \setminus (\bar{B} \setminus \bar{A})$;
 б) $B \setminus A = (\bar{A} \cap \bar{B}) \cup A$;
 в) $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$.</p> |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Контрольні питання

1. Що називається підмножиною множини?
2. Перерахуйте операції над множинами.
3. Що таке булеан множини?
4. Скільки елементів містить булеан множини?
5. Для чого використовуються діаграми Ейлера-Вена?

Зміст звіту

1. Постановка завдання.
2. Лістинг програми.
3. Результат роботи програми.
4. Відповіді на контрольні питання.
5. Коротке резюме про виконану роботу.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №2

Відношення на множинах та їх властивості. Відношення еквівалентності і порядку

Основні теоретичні відомості

1. Визначити кількість і згенерувати всі відношення для двох елементної множині $\{a, b\}$. Представити кожне відношення списком та характеристичною матрицею

Серед перерахованих відношень вказати:

- всі рефлексивні;
- всі антирефлексивні;
- всі симетричні;
- всі антисиметричні;
- всі транзитивні.

Довести наявність або відсутність властивостей у відношень. Побудувати на двоелементній множині $\{a, b\}$ приклад відношення, яке було б симетричним і транзитивним, але не рефлексивним. Всі властивості доказувати з використанням характеристичної матриці відношення.

2. Дано дві числові множини:

N_1 – множина цифр, що складають номер залікової книжки студента (5 останніх цифр, якщо різних менше 5, додати з відсутніх до 5), N_2 - множина цифр, що складають дату, номер місяця і рік народження студента (5 різних цифр, якщо різних менше 5, додати з відсутніх до 5).

Нехай $R_i \subseteq N_1 \times N_2 = \{(x, y) \mid x \in N_1, y \in N_2\}$ для всіх $i = \overline{1,4}$.

Між елементами x і y існує бінарне відношення: R_1), якщо x - є парне, а y - непарне число;

R_2), якщо x і y - непарні числа;

R_3), якщо x - непарне, а y - парне число;

R_4), якщо $x > y$.

Позначимо $A^{\overline{R1}}$, $A^{\overline{R2}}$, $A^{\overline{R3}}$, $A^{\overline{R4}}$ – матриці доповнення бінарних відношень R_1 ,

R_2, R_3, R_4 . Під доповненням бінарного відношення $R \subseteq N_1 \times N_2$ розуміється доповнення до повного добутку множин: $N_1, N_2 : (N_1 \times N_2) \setminus R$.

Знайти матриці відношень R_1, R_2, R_3, R_4 та додаткового відношення заданого за варіантом в табл. 4, визначити основні властивості цих відношень на підставі аналізу матриць.

З'ясувати, які з отриманих відношень є відношеннями еквівалентності і/або відношеннями порядку.

Для відношень еквівалентності знайти класи еквівалентності і індекс відношень еквівалентності. Для відношень порядку з'ясувати, які з них є відношеннями строго або нестрогого порядку, часткового або повного порядку.

Таблиця 4 – Додаткові відношення

№ вар	Відношення	№ вар	Відношення
1	$A^{\overline{R1}}$	16	$A^{\overline{R3}} \cap R4$
2	$A^{\overline{R2}}$	17	$A^{\overline{R4}} \setminus R3$
3	$A^{\overline{R3}}$	18	$A^{\overline{R3}} \setminus R2$
4	$A^{\overline{R4}}$	19	$A^{\overline{R4}} \setminus R2$
5	$A^{\overline{R1}} \cup R2$	20	$A^{\overline{R4}} \cap R1$
6	$A^{\overline{R1}} \cap R2$	21	$A^{\overline{R3}} \cap R1$
7	$A^{\overline{R1}} \setminus R2$	22	$A^{\overline{R3}} \setminus R1$
8	$A^{\overline{R2}} \setminus R1$	23	$A^{\overline{R1}} \setminus R4$
9	$A^{\overline{R1}} \cap R2$	24	$A^{\overline{R4}} \setminus R3$
10	$A^{\overline{R1}} \cup R2$	25	$A^{\overline{R4}} \setminus R3$
11	$A^{\overline{R1}} \cup R2$	26	$A^{\overline{R4}} \setminus R3$
12	$A^{\overline{R1}} \setminus R2$	27	$A^{\overline{R2}} \setminus R3$
13	$A^{\overline{R2}} \setminus R1$	28	$A^{\overline{R1}} \setminus R3$
14	$A^{\overline{R3}} \setminus R4$	29	$A^{\overline{R1}} \setminus R2$
15	$A^{\overline{R4}} \setminus R3$	30	$A^{\overline{R4}} \setminus R2$

3. Знайти зворотні відношення для бінарних відношень R_1, R_2, R_3, R_4 , а також композицію відношень $R1 \circ R2, R3 \circ R4$.

Таблиця 5 – Властивості відношень

Властивість	Визначення	Опис
<i>рефлексивність</i>	$(\forall a \in M)((a, a) \in R)$	На головній діагоналі матриці тільки одиниці
<i>антирефлексивність</i>	$(\forall a \in M)((a, a) \notin R)$	Всі елементи головної діагоналі – нулі.
<i>симетричність</i>	$(\forall a, b \in M)((a, b) \in R \rightarrow (b, a) \in R)$	Матриця симетрична щодо головної діагоналі
<i>антисиметричність</i>	$(\forall a, b \in M)((a, b) \in R, (b, a) \in R) \leftrightarrow a = b)$	немає жодної пари одиниць на місцях, симетричних відносно головної діагоналі.
<i>транзитивність</i>	$(\forall a, b, c \in M)((a, b) \in R, (b, c) \in R) \rightarrow (a, c) \in R)$	$[p \circ p] = [p]$ $[p \circ p] = [p] * [p]$
<i>антітранзитивність</i>	$(\forall a, b, c \in M)((a, b) \in R, (b, c) \in R) \rightarrow (a, c) \notin R)$	для будь-яких трійок a, b, c відсутня транзитивність
<i>асиметричність</i>	$(\forall a, b \in M)((a, b) \in R \rightarrow (b, a) \notin R)$	для будь-яких a та b з M , якщо a перебуває у відношенні до b , то b не перебуває у відношенні до a
<i>зв'язність</i>	$(\forall a, b \in M)((a, b) \in R \text{ або } (b, a) \in R)$	рефлексивне, симетричне та транзитивне.

Контрольні питання

1. Декартовий або прямий додаток множин.
2. Дати визначення відношення. Які відношення називають бінарними?
3. Які відношення називають рефлексивними, антирефлексивними, симетричними, антисиметричними, транзитивними?
4. Привести приклади графічної інтерпретації відношень і властивостей відношень.
5. Матричний спосіб опису відношень, інтерпретація властивостей відношень на матриці відношень.
6. Які властивості повинні мати відношення еквівалентності.
7. Що таке класи еквівалентності і індекс відношення еквівалентності?
8. Які відношення називають відношеннями порядку.
9. Визначити різницю між повним (лінійним) і частковим порядком, а також між строгим і нестрогим порядком.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №3

Функції алгебри логіки (ФАЛ) основні закони і властивості, способи завдання

Основні теоретичні відомості

Визначення ФАЛ функцією алгебри логіки (булевою функцією) $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ від змінних x_1, x_2, \dots, x_n називається функція, що приймає значення 1,0 і аргументи якої також приймають значення 1,0.

Будь-яка булева функція від n змінних може бути задана за допомогою таблиці істинності

Таблиця 1

x_1	x_2	...	x_{n-1}	x_n	$f(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n)$
0	0	...	0	0	$f(0,0,\dots,0,0)$
0	0	...	0	1	$f(0,0,\dots,0,1)$
0	0	...	1	0	$f(0,0,\dots,1,0)$
...
1	1	...	1	1	$f(1,1,\dots,1,1)$

Дана таблиця складається з 2^n строк, приому в ній все набори (x_1, x_2, \dots, x_n) розташовані в порядку зростання їх номерів.

Елементарні ФАЛ

Наступні булеві функції будемо називати елементарними.

$$f_1(x) = 0 \text{ – константа } 0;$$

$$f_2(x) = 1 \text{ – константа } 1;$$

$$f_3(x) = x \text{ – тотожна функція};$$

$$f_4(x) = \bar{x} \text{ – заперечення } x \text{ ;}$$

$$f_5(x, y) = xy \text{ – кон'юнкція } x \text{ та } y \text{ ;}$$

$$f_6(x, y) = x \vee y \text{ – диз'юнкція } x \text{ та } y \text{ ;}$$

$$f_7(x, y) = x \Rightarrow y \text{ – імплікація } x \text{ та } y \text{ ;}$$

$$f_8(x, y) = x \Leftrightarrow y \text{ – еквівалентність } x \text{ та } y \text{ ;}$$

$$f_9(x, y) = x + y \text{ – складання } x \text{ та } y \text{ за mod } 2;$$

$f_{10}(x, y) = x | y$ – функція Шеффера;

$f_{11}(x, y) = x \downarrow y$ – функція Пірса.

Дані функції в загальному випадку задаються наступними таблицями істинності

Таблиця 2

x	y	f1	f2	f3	f4	f5	f6	f7	f8	f9	f10	f11
0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0
1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0
1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0

Формули в алгебрі логіки

Наведемо визначення формули алгебри логіки:

1. кожна елементарна булева функція - формула;
2. якщо A є формула, то \bar{A} теж формула;
3. якщо A та B формули, то ірази \bar{A} , \bar{B} , $A \& B$, $A \vee B$, $A \wedge B$, $A \Rightarrow B$, $A \Leftrightarrow B$, $A \oplus B$, $A | B$, $A \downarrow B$ також формули;
4. Інших формул: крім побудованих в п. 1–3 немає.

З метою спрощення запису формул, домовимося, що операція кон'юнкція «сильніше» інших логічних операцій, тобто якщо у формулі немає дужок, то спочатку виконується операція кон'юнкція.

Дві формули та називаються рівносильними, якщо вони визначають одну і ту ж булеву функцію (запис $=$ буде означати, що формули та рівносильні).

Основні тотожності булевої алгебри

Наведемо перелік найважливіших рівносильностей (законів) алгебри логіки.

1. $x = x$ – закон тотожності;
2. $x \bar{x} = 0$ – закон суперечності;
3. $x \vee \bar{x} = 1$ – закон виключення третього;
4. $\overline{\bar{x}} = x$ – закон подвійного заперечення;
5. $x x = x$, $x \vee x = x$ – закон ідемпотентності;
6. $x y = y x$, $x \vee y = y \vee x$ – закони коммутативності;

7. $x \vee yz = (x \vee y)(x \vee z)$, $x(y \vee z) = xy \vee xz$ – закони дистрибутивності;

8. $x \vee (y \vee z) = (x \vee y) \vee z$, $x(yz) = (xy)z$ – закони асоціативності;

9. $\overline{xy} = \bar{x} \vee \bar{y}$, $\overline{x \vee y} = \bar{x} \cdot \bar{y}$ – закони де Моргана;

10. $x \cdot 1 = x$, $x \vee 0 = x$, $x \cdot 0 = 0$, $x \vee 1 = 1$;

11. $x(x \vee y) = x$, $x \vee xy = x$ – закони поглинання;

12. $(x \vee y)(\bar{x} \vee y) = y$ – закони склеювання.

Відзначимо наступні найважливіші рівносильності

1. $x \Rightarrow y = \bar{x} \vee y$

2. $x \Leftrightarrow y = xy \vee \bar{x}\bar{y}$

3. $x + y = x\bar{y} \vee \bar{x}y$

4. $x / y = \bar{x} \vee \bar{y}$

5. $x \downarrow y = \bar{x} \cdot \bar{y}$

6. $xy = \overline{\bar{x} \vee \bar{y}}$

7. $x \vee y = \overline{\bar{x} \cdot \bar{y}}$

Формула алгебри логіки називається тавтологією (тотожно істинною), якщо при будь-яких значеннях змінних вона приймає істинне значення.

Формула алгебри логіки називається протиріччям (тотожно помилковою), якщо при будь-яких значеннях змінних вона приймає помилкове значення.

Формула алгебри логіки називається здійсненою, якщо знайдеться такий набір значень змінних, при якому її значення істинно.

Способи завдання булевих функцій

Способи завдання булевих функцій не відрізняються від способів завдання звичайних функцій аналізу. До таких способів завдання стандартно відносяться:

1) табличний;

2) графічний;

3) аналітичний.

Табличний спосіб завдання

Нехай $w = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ – булева функція n аргументів. Область визначення цієї функції можна розглядати і як множину впорядкованих наборів (або векторів,

або двійкових наборів) $D = \{x_1, x_2, \dots, x_n \mid x_i \in \{0,1\}, i = 1,2,\dots, n\}$, на кожному з яких функція приймає одне з двох значень: $w \in \{0,1\}$. Кількість таких наборів (x_1, x_2, \dots, x_n) , згідно з правилом прямого добутку, дорівнює

$$|D| = |\{0,1\}_1 \times \{0,1\}_2 \times \dots \times \{0,1\}_n| = 2 \cdot 2 \dots \cdot 2 = 2^n$$

Неважко визначити і кількість всіх функцій $U = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Окрема функція $U = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ завдана, якщо визначені її значення (u_1, u_2, \dots, u_n) на всіх наборах $(x_1, x_2, \dots, x_n) \in D$, де $u_j \in \{0,1\}$ – значення функції $U = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ на j -му наборі $(x_1, x_2, \dots, x_n) = (01\dots 1) \in D$, $j=1, 2, \dots, 2^n$. Таким чином, кількість булевих функцій $U = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ співпадає з с числом двійкових наборів (u_1, u_2, \dots, u_n) , де $u_j \in \{0,1\}$. Згідно з правилом прямого добутку, кількість дорівнює

$$|\{0,1\}_1 \times \{0,1\}_2 \times \dots \times \{0,1\}_n| = 2 \cdot 2 \dots \cdot 2 = 2^n$$

Таблиця 3

№	x y z	w=f(x,y,z)
1	0 0 0	$f_0 = 1 = f(0,0,0)$
1	0 0 1	$f_1 = 1 = f(0,0,1)$
2	0 1 0	$f_2 = 0 = f(0,1,0)$
3	0 1 1	$f_3 = 1 = f(0,1,1)$
4	1 0 0	$f_4 = 0 = f(1,0,0)$
5	1 0 1	$f_5 = 0 = f(1,0,1)$
6	1 1 0	$f_6 = 0 = f(1,1,0)$
7	1 1 1	$f_7 = 1 = f(1,1,1)$

Як приклад розглянемо табличне представлення булевої функції трьох аргументів $w = f(x, y, z)$ де $w, x, y, z \in \{0,1\}$. Область визначення функції – це

множина двійкових наборів $D = \{(x,y,z) \mid x,y,z \in \{0,1\}\}$. Їх число є $|D| = 2^3 = 8$, а кількість таких функцій дорівнює $2^{|D|} = 2^{2^3} = 256$. Значення функції $f(x, y, z)$ зручно представити у вигляді табл. 2, де перераховані всілякі набори з нулів і одиниць довжини 3 і для кожного набору вказано значення функції $f \in \{0,1\}$ на цьому наборі.

У таблицях, аналогічних табл. 2 зазвичай вживається розташування наборів, відповідних порядку природного зростання двійкових чисел $0, 1, \dots, 2^{n-1}$, в прикладі $n=3$.

Визначення. Таблиці значень булевих функцій, подібні табл. 2, називаються таблицями істинності булевих функцій. Назва таблиць походить від інтерпретації значень 1 - істина (TRUE), 0 - хиба (FALSE).

Графічний спосіб завдання

Розглянемо графічне представлення булевої функції трьох аргументів $w=f(x,y,z)$, заданої таблично (табл. 2). Множина наборів області визначення функції $D=\{(x,y,z) \mid x,y,z \in \{0,1\}\}$ є множиною координат точок вершин одиничного тривимірного куба (рис. 1). Очевидний спосіб графічного представлення булевої функції - це відзначити якимось чином вершини куба, в яких функція приймає значення 1. Відповідно до таблиці значень (табл. 2) відзначені вершини, в яких булева функція дорівнює 1.

Зауваження. Очевидно, що область визначення булевої функції n аргументів $w = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ складається з наборів координат точок вершин одиничного n -мірного куба.

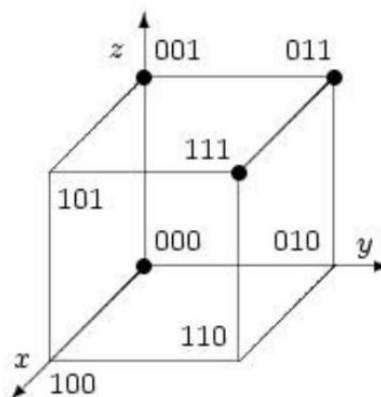


Рисунок 1 – графічне представлення булевої функції

Аналітичний спосіб завдання

При аналітичному завданні ФАЛ представляється у вигляді формули відповідно до наведеного вище її визначення. За допомогою формул на основі елементарних ФАЛ можна представляти висловлювання.

Розглянемо кожну з функцій, перерахованих вище, окремо на мові висловлювань. Під висловом ми розуміємо речення мови, по якому можна сказати, істинно воно або помилкове. Якщо висловлювання x істинно, ми будемо писати

$x=1$; якщо висловлювання x помилково, ми будемо писати $x=0$.

Нашу звичайну мову ми будемо з ряду послідовних висловлювань або тверджень: строгих і не строгих. Наприклад, ви можете сказати: "Мене звать Віктор. Я вчуся в ДУІТЗ. У мене є брат, який любить шоколад і не любить морозиво". Цей уривок складається з висловлювань:

1. Мене звать Віктор
2. Я вчусь в ДУІТЗ;
3. У мене є брат;
4. Брат любить шоколад;
5. Брат не любить морозиво.

Кожне з цих висловлювань може бути істинним або хибним. Якщо тебе дійсно звать Віктор, а не Петя, Ваня і т.п., то перше висловлювання буде істинним, в іншому випадку помилковим. Якщо ти вчишся в ДУІТЗ, а це значить, що друге висловлювання буде істинним. Якщо ти один в родині або у тебе є тільки сестри, то третє висловлювання для тебе також виявиться помилковим. Якщо у тебе все-таки є брат, який любить і морозиво і шоколад теж, то третє і четверте висловлювання будуть істинними, а п'яте хибним. Будь-яке висловлювання може бути або істинним або хибним.

Кожному з висловлювань ми можемо зіставити змінну. Позначимо через x висловлювання "Мене звать Віктор", через y - "Я вчуся в ДУІТЗ", через z - "У мене є брат", через u - "Брат любить шоколад" і v - "Брат любить морозиво". Зверніть увагу на останнє висловлювання, якщо v - "Брат любить морозиво", то твердженню, що «Брат не любить морозиво» у відповідність буде поставлена змінна \bar{v} .

Ще кілька прикладів використання інверсії:

нехай x - «У мене є собака», тоді \bar{x} - "У мене немає собаки", y - "Вовк зловить зайця", тоді \bar{y} "Вовк незловить зайця".

Подвійний знак інверсії над змінної можна прибирати $\bar{\bar{x}} = x$

Подвійна інверсія, буде відповідати висловам: "Невірно, що у мене немає собаки", цей вислів говорить про те, що "у мене є собака".

Щоб з'єднати два висловлювання ми використовуємо різні союзи І, АБО.

ЯКЩО ... ТО, АБО ... ЯКОЇ і т.і.

Тепер докладніше обговоримо смислове значення функцій двох змінних.

Кон'юнкція

Операція кон'юнкції в дискретній математиці відповідає союзу "І"("ТА").

Нехай x - "Я студент", y - "Я вчуся в ДУІТЗ", тоді $x \wedge y$ відповідає висловлюванню "Я студент І я вчуся в ОНАЗ". Якщо "Я студент" справжнє висловлювання, то $x = 1$. Якщо "Я вчуся в ОНАЗ" справжнє висловлювання, то $y = 1$. А тепер отримаємо результат нашого висловлювання:

Я не студент ($x = 0$) і я не вчуся в ОНАЗ ($y=0$). Результатом буде явна хиба- 0

Я не студент ($x = 0$) і я вчуся в ОНАЗ ($y=1$). Результатом буде також хиба- 0

Я студент ($x = 1$) і я не вчуся в ОНАЗ ($y = 0$). Результатом буде також хиба- 0

Я студент ($x = 1$) і я вчуся в ОНАЗ ($y = 1$). Це істина- 1.

Диз'юнкція

Операція диз'юнкція в дискретній математиці відповідає союзу АБО.

Нехай x - "У мого дядька є собака", y - "У мого дядька є кішка", тоді $x \vee y$ відповідає висловлювання «У мого дядька є собака АБО кішка».

Імплікація

Операція імплікація $x \rightarrow y$ в дискретній математиці відповідає зв'язці ЯКЩО ТО.

Нехай x - "У мене є білет" $x=1$, y - "Мене не оштрафують" $y=1$, тоді $x \rightarrow y$ відповідає висловлювання: "Якщо у мене є квиток, то мене не оштрафують".

Це висловлювання буде помилковим лише в тому випадку, коли у тебе є квиток, а тебе все-таки оштрафували. Ти маєш право обуритися таким беззаконням. Це не справедливо! Так несправедливо, саме з цієї причини, в таблиці імплікації в рядку, де $x=1$, а $y=0$ значення функції також дорівнює нулю. Припустимо, що ти будеш не проти проїхати зайцем, не купуючи квиток і при цьому якщо тебе не оштрафують. Тому вислів "Якщо у мене немає квитка, то мене не оштрафують" вважається дійсним.

Таблиця 4 – Операція імплікації

X		Y		→	
0	"У мене немає квитка"	0	"Мене оштрафують"	1	"Якщо у мене немає квитка то мене оштрафують"
0	"У мене немає квитка"	1	"Мене не оштрафують"	1	"Якщо у мене немає квитка то мене не оштрафують"
1	"У мене є квиток"	0	"Мене оштрафують"	0	"Якщо у мене є квиток то мене оштрафують"
1	"У мене є квиток"	1	"Мене не оштрафують"	1	"Якщо у мене немає квитка то мене не оштрафують"

Еквівалентність

Функція еквівалентності $x_1 \sim x_2$ в дискретній математиці відповідає смисловій зв'язці *тоді і тільки тоді* або *якщо: якщо*.

Нехай x - "Я вивчив всі екзаменаційні питання", y - "Я точно здам іспит на 5", тоді $x \sim y$ відповідає висловлювання «Я точно здам іспит якщо і тільки якщо я вивчу всі екзаменаційні питання».

Іншими словами, еквівалентність має на увазі рівність.

Сума за модулем два

Функція \oplus – сума за модулем два $x_1 \oplus x_2$ в дискретній математиці відповідає зв'язці *або або*.

Нехай x - "Ця фігура квадрат", y - "Ця фігура коло", тоді $x \oplus y$ відповідає висловлювання «Ця фігура або квадрат, або коло». За умови що намальована фігура являє собою квадрат, або коло. Бути одночасно і колом і квадратом неможливо.

Штрих Шеффера

Функція штрих Шеффера x_1 / x_2 це заперечення кон'юнкції.

Нехай x - "Я студент", y - "Я вчуся в ДУІТЗ". Тоді x / y відповідає висловлювання "Невірно, що я студент і вчуся в ДУІТЗ".

Стрілка Пірса

Функція стрілка Пірса $x_1 \downarrow x_2$, - це заперечення диз'юнкції

Нехай x - "У мого дядька є собака", y - "У мого дядька є кішка", тоді $x \downarrow y$ відповідає висловлювання «невірно, що у мого дядька є собака або кішка».

Приклади виконання завдань

Приклад 1. Чи є формула $\eta = (x \Rightarrow (y \Leftrightarrow z)) \Leftrightarrow ((x \Rightarrow y) \Leftrightarrow (x \Rightarrow z))$ тавтологією?

1 спосіб (табличний)

x	y	z	$y \Leftrightarrow z$	$x \Rightarrow (y \Leftrightarrow z)$	$x \Rightarrow y$	$x \Rightarrow z$	$(x \Rightarrow y) \Leftrightarrow (x \Rightarrow z)$	
0	0	0	1	1	1	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	0	1	0	0	0	1	0	1
1	1	0	0	0	1	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1

2 спосіб (аналітичний)

$$\begin{aligned}
 &(x \Rightarrow (y \Leftrightarrow z)) \Leftrightarrow ((x \Rightarrow y) \Leftrightarrow (x \Rightarrow z)) = (\bar{x} \vee (y \Leftrightarrow z)) \Leftrightarrow ((\bar{x} \vee y) \Leftrightarrow (\bar{x} \vee z)) = \\
 &= (\bar{x} \vee yz \vee \bar{y}\bar{z}) \Leftrightarrow ((\bar{x} \vee y)(\bar{x} \vee z) \vee \overline{\bar{x} \vee y} \cdot \overline{\bar{x} \vee z}) = (\bar{x} \vee yz \vee \bar{y}\bar{z}) \Leftrightarrow (\bar{x} \vee yz \vee x\bar{y} \cdot x\bar{z}) = \\
 &= (\bar{x} \vee yz \vee \bar{y}\bar{z}) \Leftrightarrow (\bar{x} \vee yz \vee \bar{y}\bar{z}) = 1
 \end{aligned}$$

Приклад 2 Чи є формула $(x \Rightarrow y) \Rightarrow ((y \Rightarrow z) \Rightarrow (x \Rightarrow z))$ тавтологією? Метод від супротивного.

Нехай $(x \Rightarrow y) \Rightarrow ((y \Rightarrow z) \Rightarrow (x \Rightarrow z)) = 0$

$$\text{Тоді } \begin{cases} x \Rightarrow y = 1 \\ (y \Rightarrow z) \Rightarrow (x \Rightarrow z) = 0 \end{cases} \cdot \text{Звідси } \begin{cases} x \Rightarrow y = 1 \\ y \Rightarrow z = 1 \\ x \Rightarrow z = 0 \end{cases}$$

З останнього випливає, що $x=1$. Тоді $1 \Rightarrow y=1$, $y \Rightarrow 0=1$, що неможливо/

Приклад 3 Чи рівносильні формули.

$$(x \Rightarrow (y \vee z))(\bar{y} \Rightarrow u)(ux \Rightarrow \bar{z}) \Rightarrow y; x \vee y \vee \bar{u}$$

$$\begin{aligned}
 &(x \Rightarrow (y \vee z))(\bar{y} \Rightarrow u)(ux \Rightarrow \bar{z}) \Rightarrow y = (\bar{x} \vee y \vee z)(\bar{\bar{y}} \vee u)(\overline{ux \Rightarrow \bar{z}}) \vee y = \\
 &= xyz \vee yu \vee uxz \vee y = xuz \vee xuz \vee (y \vee y)(y \vee u) = x\bar{y}\bar{z} \vee xuz \vee y \vee \bar{u} = \\
 &= (\bar{y} \vee y)(x\bar{z} \vee y) \vee (u \vee \bar{u})(xz \vee \bar{u}) = x\bar{z} \vee y \vee xz \vee \bar{u} = x(\bar{z} \vee z) \vee y \vee \bar{u} = \\
 &= (\bar{y} \vee y)(x\bar{z} \vee y) \vee (u \vee \bar{u})(xz \vee \bar{u}) = x\bar{z} \vee y \vee xz \vee \bar{u} = x(\bar{z} \vee z) \vee y \vee \bar{u} = x \vee y \vee \bar{u}
 \end{aligned}$$

Отже, формули рівносильні.

Приклад 4 Спростити $((x \Rightarrow y) \Leftrightarrow (z \Rightarrow x)) \downarrow x \downarrow y$

$$\begin{aligned} & \overline{((x \Rightarrow y) \Leftrightarrow (z \Rightarrow x)) \downarrow x \downarrow y} = \overline{(\bar{x} \vee y)(\bar{z} \vee x) \vee x \vee (\bar{x} \vee y)(\bar{z} \vee x)} \vee \bar{x} \cdot \bar{y} = \\ & = ((\bar{x} \vee y)(\bar{z} \vee x) \vee x \bar{y} z \bar{x}) \bar{x} \bar{y} = (\bar{x} \bar{z} \vee y \bar{z} \vee xy) \bar{x} \bar{y} = \bar{x} \bar{y} \bar{z} \vee y \bar{z} \bar{x} \bar{y} \vee xy \bar{x} \bar{y} = \bar{x} \bar{y} \bar{z} \end{aligned}$$

Приклад 5 Розв'язати рівняння $xy \vee (y \Rightarrow x) \vee (x \Leftrightarrow z) = 0$

Це рівняння рівносильне наступній системі

$$\begin{cases} xy = 0 \\ y \Rightarrow x \\ x \Leftrightarrow z = 0 \end{cases}$$

З другого рівняння випливає, що $y = 1$, $x = 0$. Ясно, що тоді $xy = 0$. Підставляючи в третє рівняння $0 \Leftrightarrow z = 0$. Отже, $z = 1$. Таким чином, $x = 0$, $y = 1$, $z = 1$ - рішення заданого рівняння.

Завдання частина 1

В першій частині лабораторної роботи необхідно вирішити згідно з варіантом вісім завдань (0-VII). Розподіл по варіантам номерів задач для кожного завдання наведені в табл.1.

Завдання 0. Подати формулами такі висловлювання.

1. Нехай x - «Йде дощ», y - «Дме вітер». Запишіть у вигляді формули такі висловлювання:

- 1.1. Якщо йде дощ, то дме вітер;
- 1.2. Якщо дме вітер, то йде дощ;
- 1.3. Вітер дме тоді і тільки тоді, коли йде дощ;
- 1.4. Якщо дме вітер, то дощу немає;
- 1.5. Неправильно, що вітер дме тоді і тільки тоді, коли немає дощу;
- 1.6. Неправильно, що дме вітер чи йде дощ;
- 1.7. Невірно, що дме вітер і йде дощ

2. Нехай x - «Йде дощ», y - «Дме вітер», z - «Світить сонце». Запишіть словами

наступні висловлювання представлені формулами: Наприклад, $(x \wedge y) \rightarrow \bar{z}$.

Словами запишеться так: «Якщо йде дощ і дме вітер, то сонце

$$2.1. z \sim (\overline{x \vee y});$$

$$2.2. z \wedge y \wedge x;$$

$$2.3. (z \vee y) \rightarrow \bar{x};$$

$$2.4. z / y.$$

3. Запишіть у вигляді формул, замінивши союзи на значки логічних операцій, наприклад: (якщо s то r) та (якщо r то s) та не (s або y). Відповідь $(c \rightarrow r) \wedge (r \rightarrow c) \wedge (s \downarrow y)$.

$$3.1 \text{ якщо } c, \text{ то не } (r \text{ або } s);$$

$$3.2 \text{ якщо } r \text{ або } s, \text{ то не } c;$$

$$3.3 \text{ у тоді та лише тоді, коли } r \text{ або } c;$$

$$3.4 \text{ якщо } r \text{ то } c, \text{ та якщо } c \text{ то } y;$$

$$3.5 \text{ у та } (c \text{ або } r);$$

Завдання I. Побудувати таблиці істинності для формул

$$1) (xy + \bar{z}) \Leftrightarrow (y \Rightarrow z)$$

$$2) (x + y + \bar{z}) \Rightarrow (x \downarrow \bar{y})$$

$$3) (x \vee y \vee \bar{z})(x \downarrow y) \Rightarrow \bar{z}$$

$$4) (xy\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}) + (y \Rightarrow \bar{z})$$

$$5) (x \Rightarrow \bar{y}) \Leftrightarrow (x + y\bar{z})$$

$$6) (x \Leftrightarrow \bar{y})(x \Rightarrow z) + \bar{x}$$

$$7) (\bar{x} \vee \bar{y} \vee z) \Rightarrow (x + y\bar{z})$$

$$8) (x / y) + (y \Rightarrow \bar{z}\bar{x})$$

$$9) (xy + z) \Rightarrow (x / \bar{y})$$

$$10) ((x / y) \downarrow \bar{z}) + (x \vee \bar{y})$$

Завдання II. Без побудови таблиць істинності доведіть, що такі формули є тавтологіями

$$1) (x \Rightarrow y) \Rightarrow ((y \Rightarrow z) \Rightarrow (x \Rightarrow z))$$

$$2) (\bar{x} \Rightarrow \bar{y}) \Rightarrow (y \Rightarrow x)$$

$$3) (x \Rightarrow y) \Rightarrow ((x \Rightarrow (y \Rightarrow z)) \Rightarrow (x \Rightarrow z))$$

$$4) (x \Rightarrow z) \Rightarrow ((y \Rightarrow z) \Rightarrow ((x \vee y) \Rightarrow z))$$

$$5) (x \Rightarrow y) \Rightarrow ((x \Rightarrow \bar{y}) \Rightarrow \bar{x})$$

$$6) (\bar{x} \Rightarrow \bar{y}) \Rightarrow ((\bar{y} \Rightarrow x) \Rightarrow y)$$

$$7) (y \Rightarrow z) \Rightarrow ((x \vee y) \Rightarrow (x \vee z))$$

$$8) ((x \Rightarrow y) \Rightarrow x) \Rightarrow x$$

$$9) (x \Rightarrow y)(y \Rightarrow z) \Rightarrow (x \Rightarrow z)$$

$$10) (\bar{x} \Rightarrow \bar{y}) \Leftrightarrow (x \Rightarrow y)$$

Завдання III. Без побудови таблиць істинності доведіть, що такі формули є протиріччям

$$1) \overline{x \Rightarrow (y \Rightarrow xy)}$$

$$2) (x \Leftrightarrow y)(y \Leftrightarrow x) \vee (x \Leftrightarrow y)(x \Leftrightarrow y)$$

$$3) (x \Leftrightarrow y)y\bar{x}$$

$$4) x \Rightarrow (y \Rightarrow z)xy\bar{z}$$

$$5) \overline{x \Rightarrow (y \Rightarrow (x \Leftrightarrow x))}$$

$$6) \overline{(\bar{x} \Rightarrow \bar{y}) \Rightarrow (y \Rightarrow x)}$$

$$7) \overline{(x \Rightarrow (y \Rightarrow xy))}$$

$$8) \overline{(\bar{x} \vee y)(y \Rightarrow z) \Rightarrow (\bar{x} \vee z)}$$

$$9) (x \Rightarrow y)(x + y)\bar{y}$$

$$10) (x \Leftrightarrow y)(x \downarrow y)(\bar{x} \Rightarrow y)$$

Завдання IV. Вирішити рівняння

$$1) x \Rightarrow (y \Rightarrow z) = xz \Rightarrow \bar{y}$$

$$2) x \Leftrightarrow z\bar{y} = z \downarrow y \Rightarrow x$$

$$3) (x / y) \vee \bar{z} = (\bar{x} \downarrow z) \Rightarrow y$$

$$4) \bar{x} \Rightarrow (x \Rightarrow y) = x \vee y$$

$$5) (x \Leftrightarrow y) \vee \bar{x} = y \Rightarrow x$$

$$6) (x \Rightarrow y) \vee (y \Rightarrow x) = x \downarrow y$$

$$7) x \Leftrightarrow y = y \Rightarrow ((x \vee \bar{y}) \Rightarrow x)$$

$$8) x \Rightarrow y = x\bar{y}$$

$$9) x \Rightarrow y = x \downarrow y$$

$$10) xy \vee (y \Rightarrow x) \vee (x \Leftrightarrow z) = 0$$

Завдання V. Які з наведених нижче формул є тавтологіями, протиріччями, здійсненними

$$1) (x \Rightarrow y) \Rightarrow ((x \vee y) \Rightarrow (y \vee z))$$

$$2) ((x + y) \Leftrightarrow z)(x \Rightarrow yz)$$

$$3) (x \Rightarrow y) \Rightarrow ((x \Rightarrow y(y \Rightarrow z)) \Rightarrow (x \Rightarrow z))$$

$$4) (x \Rightarrow z)(y \Rightarrow u)(\bar{x} \vee \bar{u}) \Rightarrow (\bar{x} \vee \bar{y})$$

$$5) (xy \Rightarrow z) \Leftrightarrow (x \Rightarrow (y \Rightarrow z))$$

$$6) ((\bar{x} \vee \bar{y}) \downarrow (x + \bar{y})) + (\overline{x \Rightarrow \bar{y}} \Rightarrow (x \Rightarrow y))$$

$$7) ((x \vee \bar{y})z \Rightarrow ((x \Leftrightarrow z) + y))xyz$$

$$8) (((x / y) \downarrow z) / y) \downarrow z$$

$$9) (x + y) \Leftrightarrow (x \Rightarrow z)(z \Rightarrow x)$$

$$10) ((x \downarrow y) + (y \downarrow x)) \Rightarrow (z \Rightarrow y)z$$

Завдання VI. Спростити

$$1) (x \Rightarrow (y \vee z))(\bar{y} \Rightarrow u)(ux \Rightarrow \bar{z}) \Rightarrow y$$

$$2) (x \Rightarrow y) + ((y \Rightarrow z) + (z \Rightarrow x))$$

$$3) \overline{(x \Rightarrow y) \vee x\bar{z}} \downarrow (x \Leftrightarrow y)$$

$$4) ((x + y) \Rightarrow (x \vee y))((x \vee y) \Rightarrow (x + y))$$

$$5) ((x \Rightarrow y) \Rightarrow z) \vee (x \Rightarrow z)$$

$$6) (x \Rightarrow (y \vee z))(u \Rightarrow (x \vee y))(z \Rightarrow \bar{y})(u \Leftrightarrow \bar{y})(y \Rightarrow z)$$

$$7) (x \Rightarrow y) \Rightarrow (x\bar{y} + (x \Leftrightarrow \bar{y}))$$

$$8) ((x / y) \vee (x \Rightarrow y)) + (x \Leftrightarrow y)(y \Leftrightarrow x)$$

$$9) (x \Rightarrow y)(x \Leftrightarrow y) \Rightarrow (x \Rightarrow z)(\bar{x} \downarrow z)$$

$$10) (x / y)(\bar{x} \downarrow \bar{y}) + ((x \Rightarrow y) \Rightarrow z)(x \Rightarrow y)$$

Завдання VII. Чи рівносильні формули в колонках 1 та 2 наступної таблиці

№	1	2
1	$x \Rightarrow (y \Rightarrow z)$	$(x \Rightarrow y) \Rightarrow (x \Rightarrow z)$
2	$x + (y \Rightarrow z)$	$(x + y) \Rightarrow (x + z)$
3	$(x \Rightarrow y) \Rightarrow (x \bar{y} + (x \Leftrightarrow \bar{y}))$	$(x \vee y)(\bar{x} \vee \bar{y})$
4	$x \Rightarrow (xy \Rightarrow ((x \Rightarrow y) \Rightarrow y)z)$	$y \Rightarrow (x \Rightarrow z)$
5	$(x \vee y \vee z) \Rightarrow ((x \vee y)(x \vee z))$	$x \Leftrightarrow z$
6	$(x \Rightarrow y) \Rightarrow z$	$x \Rightarrow (y \Rightarrow z)$
7	$((x + y) \Rightarrow (x \vee y))((x \Rightarrow y) \Rightarrow (x + y))$	x / y
8	$(x \Rightarrow y) \vee (x \Rightarrow z)y$	$x \bar{y} (\bar{y} \Rightarrow x \bar{z})$
9	$\bar{x} \bar{z} \vee xy \vee x \bar{z}$	$x \bar{y} \bar{z} \vee xz$
10	$(x \vee y \vee z)(y \vee x \vee u)(z \vee u \vee x)$	$x \vee (y \vee zu)(u \vee z)$

Таблиця 1 – Варіанти завдань для частини 1

№ вар	0	I	II	III	IV	V	VI	VII
1	1.1	1	10	5	1	6	8	1
2	1.3	2	11	6	2	7	9	2
3	1.5	3	12	1	3	8	10	3
4	1.7	4	13	2	4	9	1	4
5	2.1	5	1	3	5	10	2	5
6	2.4	6	2	4	6	1	3	6
7	3.1	7	3	5	7	2	4	7
8	3.3	8	4	6	8	3	5	8
9	1.5	9	5	7	9	4	6	9
10	1.6	10	6	8	10	5	7	10
11	1.2	1	7	9	6	6	8	1
12	1.4	2	8	10	7	7	9	2
13	1.6	3	9	7	8	8	10	3
14	1.7	4	10	8	1	9	2	4
15	2.2	5	1	1	2	10	4	5
16	3.5	6	9	2	3	4	6	6
17	3.2	7	2	3	4	3	1	7
18	3.4	8	3	4	5	7	2	8
19	2.1	9	4	5	6	1	3	9
20	3.1	10	5	6	7	2	4	10
21	1.1	1	6	7	8	3	5	1
22	3.2	2	7	8	9	4	6	2
23	3.3	3	8	9	10	5	7	3
24	3.4	4	9	10	3	6	8	4
25	3.5	5	10	4	4	7	9	5

Завдання частина 2

В другій частині лабораторної роботи необхідно вирішити три завдання згідно з таблицями варіантів. Номера таблиць варіантів вказані в кожному завданні.

Завдання 1. Визначити за допомогою таблиці істинності функцію чотирьох змінних. Функція дорівнює одиниці, якщо виконуються умови, що вказані в табл. 2. В табл. 2 змінна X є десятковий еквівалент двійкового числа, що відповідає набору змінних (номер набору).

Таблиця 2 – Варіанти для завдання 1 частини 2

Номер варіанту	Умова при якій функція дорівнює 1
1	$X < 5 \vee X > 13$
2	$1 < X < 6 \vee X = 7 \vee X \geq 13$
3	$0 \leq X < 5 \vee X = 8 \vee 11 \leq X \leq 14$
4	$2 \leq X \leq 5 \vee X = 7 \vee X = 9 \vee X \geq 13$
5	$X \leq 3 \vee X = 5 \vee X = 8 \vee X \geq 12$
6	$X = 4 \vee 7 < X \vee X > 13$
7	$X = 3 \vee X = 5 \vee X \geq 11$
8	$X < 4 \vee 8 < X \leq 12 \vee X = 15$
9	$0 < X \leq 7 \vee X = 10 \vee X > 13$
10	$X \leq 5 \vee 7 < X \leq 12 \vee X \geq 14$
11	$4 \leq X < 6 \vee 9 < X < 12 \vee X \geq 14$
12	$0 \leq X < 5 \vee X = 9 \vee 10 < X \leq 13$
13	$2 \leq X < 6 \vee 10 < X \leq 12 \vee X = 15$
14	$0 \leq X \leq 3 \vee 9 < X \leq 11 \vee X \geq 14$
15	$X \leq 5 \vee 7 \leq X \leq 12 \vee X > 13$
16	$0 \leq X \leq 6 \vee X = 11 \vee X \geq 14$
17	$5 \leq X \leq 7 \vee X = 8 \vee X = 10 \vee X \geq 13$
18	$1 \leq X \leq 3 \vee 9 < X < 11 \vee X > 14$
19	$0 < X \leq 6 \vee X \geq 8$
20	$0 \leq X < 6 \vee 8 \leq X \leq 9 \vee X > 12$
21	$5 \leq X \leq 6 \vee 9 \leq X \leq 13 \vee X = 15$
22	$X < 4 \vee 9 \leq X < 12 \vee X > 14$
23	$X < 5 \vee 8 < X < 11 \vee X \geq 13$
24	$1 \leq X \leq 9 \vee X = 11 \vee X \geq 13$

Завдання 2. Довести тотожність двома способами: складанням таблиць істинності для обох частин тотожності та аналітичними перетвореннями однієї або обох частин. Варіанти завдань приведено у таблиці 3.

Таблиця 3 – Варіанти для завдання 2 частини 2

Номер варіанту	Тотожності
1	2
1	$\neg(\neg X \vee \neg Y) \vee \neg(X \rightarrow Y) = (X \vee Y) \& X$
2	$\neg(X \& \neg Y \vee \neg Z) = Z \& (\neg Y \rightarrow \neg X)$
3	$(X \rightarrow Y) \& Z = \neg X \& Y \& Z \vee \neg X \& \neg Y \& Z \vee Y \& Z$
4	$X \rightarrow Y = X \& \neg Y \rightarrow \neg X = X \& \neg Y \rightarrow Y = X \& \neg Y \rightarrow 0 = 1 \rightarrow \neg X \vee Y$
5	$\neg(X \& \neg Y) \rightarrow (\neg Y \rightarrow X) = \neg(X \rightarrow Y) \vee X \vee Y$
6	$(Y \rightarrow X \vee Z) \& \neg(X \vee Y) \vee (X \rightarrow Z) \rightarrow X \& Y \& \neg Z = X \& \neg Z$
7	$(Y \rightarrow X \vee Z) \& \neg(X \vee Y) \vee (X \rightarrow Z) \rightarrow X \& Y \& \neg Z = X \& \neg Z$
8	$(X \rightarrow Y) \& (Y \rightarrow Z) \rightarrow (Z \rightarrow X) = Z \rightarrow Y$
9	$\neg(\neg X \rightarrow \neg Y) \vee \neg(X \rightarrow Y) \vee Y = \neg(X \& \neg Y) \rightarrow (\neg Y \rightarrow X)$
10	$(X \rightarrow Y) \rightarrow Y = X \vee Y$, но $X \rightarrow (Y \rightarrow Y) \neq X \vee Y$
11	$X \& Y \vee \neg Z \vee X \& Y \vee \neg X \& Y = Y$
12	$X \vee \neg X \& Y = X \vee Y$
13	$\neg X \vee X \& Y = \neg X \vee Y = X \rightarrow Y$
14	$X \& Z \vee \neg X \& Y \vee Y \& Z = X \& Z \vee \neg X \& Y$
15	$(X \vee \neg X) \& Y = Y$
16	$X \oplus Y = \neg(X \equiv Y)$
17	$X \setminus Y = \neg X \vee \neg Y = \neg(X \& Y)$
18	$X \uparrow Y = \neg X \& \neg Y = \neg(X \vee Y)$
19	$\neg X \rightarrow \neg Y = Y \rightarrow X$
20	$\neg(X \& Y \vee \neg Z) = Z \& (\neg Y \vee \neg X)$
21	$(X \rightarrow Y) \& Z = \neg X \& Y \& Z \vee \neg X \& \neg Y \& Z \vee Y \& Z$
22	$X \& Y \rightarrow Z = X \rightarrow (Y \rightarrow Z)$
23	$\neg(X \& \neg Y) \rightarrow (\neg Y \rightarrow X) = \neg(X \rightarrow Y) \vee X \vee Y$
24	$X \oplus Y = X \& \neg Y \vee \neg X \& Y$
25	$(\neg(X \& \neg Y) \rightarrow Z) \equiv X = X \& Y \vee \neg X \& \neg Z \vee X \& Z$
26	$(\neg(X \& \neg Y) \rightarrow Z) \equiv X = (X \vee \neg Z) \& (\neg X \vee \neg Y \vee Z)$
27	$(\neg X \equiv Y) \vee \neg(X \rightarrow Z) = \neg X \& Y \vee X \& \neg Y \vee X \& \neg Z$
28	$(\neg X \equiv Y) \vee \neg(X \rightarrow Z) = (X \vee Y) \& (\neg X \vee \neg Y \vee \neg Z)$
29	$(X \equiv \neg Z) \& (X \rightarrow Z) = \neg X \& Z \vee X \& \neg Y \& \neg Z$
30	$(X \equiv \neg Z) \& (Y \rightarrow Z) = (\neg X \vee \neg Y) \& (X \vee Z) \& (\neg X \vee \neg Z)$

Завдання 3. Нанести на тривимірні куби набори, на яких функції f_1 і f_2 дорівнюють одиниці, склавши попередньо таблиці істинності для f_1 і f_2 . Варіанти завдань наведені у таблиці 4.

Таблиця 4 – Варіанти для завдання 3 частини 2

Номер варіанту	$f_1(x_1, x_2, x_3)$	$f_2(x_1, x_2, x_3)$
1	$x_1 \& x_2 \oplus (\neg x_3 \vee x_2)$	$(x_1 \vee x_2) \rightarrow (\neg x_2 \vee x_1 \& x_3)$
2	$(x_1 \equiv x_2) \rightarrow (x_3 \vee \neg x_1)$	$(\neg x_1 \& x_2 \vee \neg x_3) \oplus x_1 \& x_2$
3	$(x_1 / x_2) \oplus (x_3 \downarrow \neg x_2)$	$(x_1 \vee \neg x_2) \downarrow x_2 \equiv (x_1 \vee x_3)$
4	$(x_1 \vee \neg x_3) \downarrow (x_2 \& \neg x_1)$	$(x_1 \oplus x_3) \rightarrow (x_1 \vee \neg x_2)$
5	$(x_3 \rightarrow x_2) \& (\neg x_1 \oplus x_2)$	$(x_1 \oplus x_3) \equiv (x_2 \vee x_1 \& \neg x_3)$
6	$(x_1 \vee \neg x_2) \rightarrow (x_2 \vee x_1 \& x_3)$	$(x_1 \equiv x_2) \rightarrow (x_3 \vee \neg x_1)$
7	$(\neg x_1 \& x_2 \vee x_3) \downarrow (x_1 \vee x_2)$	$(x_1 / x_2) \oplus (x_3 \downarrow \neg x_2)$
8	$(x_1 \vee \neg x_2 \vee x_2 \& x_3) \oplus x_1$	$(x_1 \vee \neg x_3) \downarrow (x_2 \& \neg x_3)$
9	$(x_1 \oplus \neg x_3) \rightarrow (x_2 \vee x_3)$	$(x_2 \rightarrow x_3) \& \neg x_1 \oplus x_2$
10	$(x_1 \equiv x_3) \oplus (x_2 \vee x_1) \& \neg x_3$	$(x_1 \& x_2 \vee x_3) \oplus \neg x_3 \vee x_2$
11	$(x_1 \downarrow x_2) \oplus (x_2 \vee \neg x_3)$	$(x_2 \equiv x_3) / (x_1 \& \neg x_2 \vee x_3)$
13	$(x_1 \rightarrow x_3) \rightarrow (x_2 \oplus \neg x_3)$	$(x_1 / x_2 / x_3) \vee (x_2 \rightarrow x_3)$
14	$(x_2 \vee \neg x_3) \downarrow (x_1 \& \neg x_2)$	$(x_2 \& \neg x_3) \vee (x_1 \oplus x_2)$
15	$(x_1 \& \neg x_2 \vee x_3) \equiv (x_2 / x_3)$	$(x_1 \downarrow x_2) \& (x_2 \equiv x_1 \& x_3)$
16	$(x_2 \equiv x_3) / (x_1 \& \neg x_2 \vee x_3)$	$x_1 \& x_2 \oplus (\neg x_3 \vee x_2)$
17	$x_1 \& \neg x_2 \vee (x_2 \oplus \neg x_3)$	$(x_1 \equiv x_2) \rightarrow (x_3 \vee \neg x_1)$
18	$(x_1 / x_2 / x_3) \vee (x_2 \rightarrow x_3)$	$(x_1 / x_2) \oplus (x_3 \downarrow \neg x_2)$
19	$(x_2 \& \neg x_3) \vee (x_2 \oplus x_3)$	$(x_1 \vee x_3) \downarrow (x_2 \& \neg x_3 \vee x_1)$
20	$(x_1 \downarrow x_2) \& (x_2 \equiv x_1 \& x_3)$	$(x_2 \rightarrow x_3) \& \neg x_1 \oplus x_2$
21	$(x_1 \vee \neg x_2) \rightarrow (\neg x_2 \vee x_3)$	$(x_1 \downarrow x_2) \oplus (x_2 \& \neg x_1 \vee x_3)$
22	$(\neg x_1 \& x_2 \vee x_3) \downarrow (x_1 \vee x_2)$	$(x_2 \rightarrow x_3) \vee (x_2 \downarrow \neg x_1)$
23	$(x_1 \vee \neg x_2) \oplus (x_1 \& x_3)$	$(x_1 \rightarrow x_3) \rightarrow (x_2 \vee \neg x_1)$
24	$(x_1 \oplus \neg x_3) \rightarrow (x_1 \vee \neg x_2)$	$(x_2 \vee \neg x_3) \downarrow (x_1 \& \neg x_2 \vee x_3)$
25	$(x_1 \equiv x_3) \oplus (x_2 \vee x_1 \& \neg x_3)$	$(x_1 \& \neg x_2) \vee (x_2 \equiv x_3)$
26	$(x_1 \oplus x_3) \vee (x_2 \downarrow \neg x_1)$	$(x_1 / x_2 \rightarrow x_3) \vee (x_2 \equiv \neg x_3)$
27	$(x_2 \oplus x_3) \rightarrow (x_3 \& \neg x_1)$	$(x_1 \vee x_3) \rightarrow (\neg x_2 \vee \neg x_3)$
28	$(\neg x_1 \& x_2 \downarrow x_3) \oplus x_1 \& x_2$	$(x_2 \equiv x_3) \& (x_2 \rightarrow \neg x_1)$
29	$(x_2 \rightarrow x_3) \downarrow (x_2 \oplus \neg x_1)$	$(x_1 \& x_2 \& x_3 \equiv \neg x_1) \vee x_2$
30	$(x_2 \rightarrow x_3) \downarrow (x_2 \oplus \neg x_1)$	$(x_1 \vee \neg x_3) \rightarrow (\neg x_2 \downarrow x_1)$

Контрольні питання

1. Що називають двійковим набором?
2. Дати визначення логічної змінної та функції алгебри логіки (логічної або булевої функції).
3. Визначити табличний спосіб завдання функції алгебри логіки. Области визначення та значення булевої функції. Рівність логічних функцій.
4. У чому полягає істотна залежність функції від аргументу? Алгоритм визначення фіктивних аргументів.
5. Функції алгебри логіки, що залежать від одного аргументу.
6. Функції алгебри логіки, що залежать від двох аргументів. Привести приклади елементарних функцій алгебри логіки.
7. Сформулювати теорему про кількість функцій алгебри логіки, що залежать від n аргументів.
8. Перерахувати і визначити елементарні функції алгебри логіки.
9. Якими властивостями володіють кон'юнкція, диз'юнкція і заперечення?
10. Сформулювати закони де Моргана, поглинання, склеювання.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №4

Мінімізація булевих функцій

Основні теоретичні відомості

Диз'юнктивна нормальна форма називається мінімальною, якщо вона включає мінімальну кількість символів у порівнянні з усіма іншими еквівалентними їй диз'юнктивними нормальними формами.

Зауважимо, що якщо деякий символ у формулі, скажімо, x_i зустрічається, наприклад, два рази, то при підрахунку числа символів у формулі він враховується два рази.

Рангом правильної елементарної кон'юнкції називається число символів, що входять в неї.

Розглянемо для булевої функції $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ підмножину $N_f = \{(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) \mid f(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) = 1\}$, яку будемо називати областю істинності функції $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Нехай $f = K_1 \vee K_2 \vee \dots \vee K_n$ - ДНФ, де K_i - елементарні кон'юнкції.

Підмножина N_K називається інтервалом r -го рангу, якщо воно відповідає елементарній кон'юнкції K_r -го рангу. З кожною ДНФ функцією f пов'язане покриття $N_f = N_{K_1} \cup N_{K_2} \cup \dots \cup N_{K_n}$ інтервалами $N_{K_1}, N_{K_2}, \dots, N_{K_n}$, такими що $N_{K_i} \subseteq N_f$.

Інтервал $N_{K_i} \subseteq N_f$, називається максимальним для булевої функції, якщо не існує інтервалу $N_{K'}$ такого, що $N_K \subset N_{K'} \subseteq N_f$.

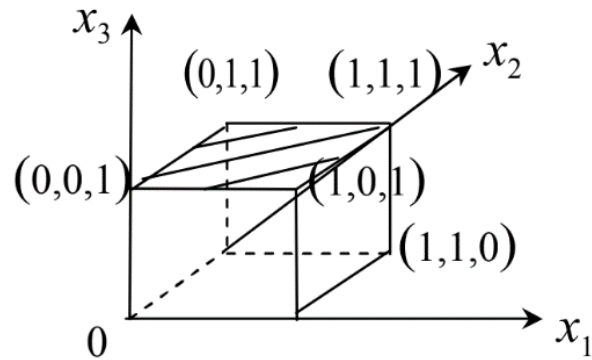
Якщо $N_{K_1}, N_{K_2}, \dots, N_{K_m}$ - список всіх максимальних інтервалів підмножини N_f , то $N_f = N_{K_1} \cup N_{K_2} \cup \dots \cup N_{K_m}$.

ДНФ $K_1 \vee K_2 \vee \dots \vee K_m$ булевої функції f , відповідна покриттю підмножини N_f всіма максимальними інтервалами, називається скороченою ДНФ функції f .

Скорочена ДНФ для будь-якої булевої функції f визначається однозначно. Розглянемо алгоритми побудови скороченої ДНФ.

Табличний алгоритм

Приклад 1. Знайти скорочену ДНФ для $x_2x_3 \vee x_1x_3 \vee x_1x_2 = f(x_1, x_2, x_3)$.



Знайдемо $N_f = \{(1,1,0); (1,1,1); (0,0,1); (1,0,1); (0,1,1)\}$

Інтервали $N_{K1} = \{(0,0,1); (0,1,1); (1,1,1); (1,0,1)\}$ і $N_{K2} = \{(1,1,0); (1,1,1)\}$ всі максимальні інтервали $f = K_1 \vee K_2 = x_3 \vee x_1 x_2$ - скорочена ДНФ.

Метод Блейка

- 1) знаходимо ДНФ;
- 2) виробляємо узагальнені склеювання $xK_1 \vee xK_2 = xK_1 \vee xK_2 \vee K_1K_2$ до тих пір, поки це можливо;
- 3) застосовуємо правило поглинання $K_1 \vee K_1K_2 = K_1$.

Приклад 2. Знайти скорочену ДНФ для $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 \vee \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_1 x_3$.

Застосовуючи правило узагальненого склеювання, отримуємо:

$$x_1 x_2 \vee \bar{x}_1 x_3 \vee x_2 x_3 \vee \bar{x}_2 x_3 \vee x_3 \vee x_1 x_3$$

Потім правило поглинання і знаходимо скорочену ДНФ $x_1 x_2 \vee x_3$.

Метод Нельсона

- 1) знаходимо КНФ;
- 2) розкриваємо дужки відповідно до дистрибутивного закону;
- 3) застосовуємо правило поглинання.

Приклад 3. Знайти скорочену ДНФ для функції $f(x, y, z) = (x \vee y)(\bar{x} \vee y \vee z)$.

Після розкриття дужок за допомогою дистрибутивного закону, отримаємо $x\bar{x} \vee xy \vee xz \vee y\bar{x} \vee yu \vee yz$. Так як $x\bar{x} = 0$, $yu = y$, То маємо $xy \vee xz \vee y\bar{x} \vee y \vee yz$.

Застосовуючи правило поглинання, отримаємо скорочену ДНФ.

Метод карт (карт Карно)

Приклад 4 Знайти скорочену ДНФ для функції $f(x, y, z, u) = (1001101110110011)$.

Складемо карту Карно для даної функції.

xy\zu	0	0	1	1
	0	1	1	0
00	1	0	1	0
01	1	0	1	1
11	0	0	1	1
10	1	0	1	1

Об'єднуючи сусідні клітини, що відповідають одиничним значенням булевої функції f в максимальні інтервали, і з'єднуючи їм елементарні кон'юнкції, отримаємо скорочену ДНФ. Відзначимо, що клітини, розташовані по краях таблиці, також вважаються сусідніми.

Випишемо всі максимальні інтервали

$$N_{K1} = \{(0,0,0,0); (0,1,0,0)\} \quad K1 = xzu \text{ (обв. еліпс.)}$$

$$N_{K2} = \{(0,1,0,0); (0,1,1,0)\} \quad K2 = xyu \text{ (голубий)}$$

$$N_{K3} = \{(1,0,0,1); (1,0,1,1)\} \quad K3 = xzu \text{ (рожевий)}$$

$$N_{K4} = \{(0,0,1,1); (0,1,1,1); (1,1,1,1); (1,0,1,1)\} \quad K4 = zu \text{ (коричневий)}$$

$$N_{K5} = \{(0,1,1,1); (0,1,1,0); (1,1,1,1); (1,1,1,0)\} \quad K5 = yz \text{ (обв. прямокутн.)}$$

Отже, $K_1 \vee K_2 \vee K_3 \vee K_4 \vee K_5 = \overline{x}z\overline{u} \vee \overline{x}y\overline{u} \vee x\overline{y}\overline{u} \vee zu \vee yz$ - необхідна скорочена ДНФ.

Наступне твердження встановлює зв'язок між мінімальною і скороченою ДНФ.

Мінімальна ДНФ булевої функції виходить з скороченої ДНФ даної функції шляхом видалення деяких елементарних кон'юнкцій.

Покриття множини N максимальними інтервалами називається неприводимим, якщо після видалення з нього будь-якого інтервалу воно перестає бути покриттям. ДНФ булевої функції, відповідне неприводимому покриттю, називається тупиковою.

Будь-яка мінімальна ДНФ є тупиковою.

Загальна схема розв'язання задачі мінімізації булевих функцій полягає в наступному:

1. виділяються всі максимальні інтервали і будується скорочена ДНФ;
2. будуються всі тупикові ДНФ;
3. серед всіх тупикових ДНФ виділяються всі мінімальні ДНФ.

Розглянемо алгоритм побудови всіх тупикових ДНФ. Суть даного алгоритму полягає в наступному:

1. для булевої функції $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ будуємо скорочену ДНФ;
2. для кожного набору a_j з N_f , $j=1, 2, \dots, K$ виділяємо в скорочену ДНФ функції f всі такі елементарні кон'юнкції K_{ij}, \dots, K_{jt} , що $K_{ij}(a_j)=1, i=1, 2, \dots, t$;
3. складаємо вираз виду

$$(K_{11} \vee K_{12} \vee \dots \vee K_{1t})(K_{21} \vee K_{22} \vee \dots \vee K_{2t}) \dots (K_{K1} \vee K_{K2} \vee \dots \vee K_{Kt}) \quad (1)$$

4. застосовуємо до вираження виду (1) закони дистрибутивності і поглинання. В результаті отримуємо $K_{i1} K_{i2} \dots K_{im}$.

Тепер кожна ДНФ $K_{i1} \vee K_{i2} \dots \vee K_{im}$ є тупиковою ДНФ функції $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Розглянемо роботу даного алгоритму на наступному прикладі.

Приклад 5 Знайти всі тупикові ДНФ для булевої функції $f(x, y, z)=(01111110)$.

Знайдемо скорочену ДНФ даної функції за методом Нельсона. Для цього складемо СКНФ даної функції, використовуючи розкладання $(x \vee y \vee z)(\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z})$

Застосовуючи закон дистрибутивності, отримуємо: $x\bar{y} \vee x\bar{z} \vee \bar{x}y \vee y\bar{z} \vee z\bar{x} \vee z\bar{y}$

Позначимо $K_1 = x\bar{y}$, $K_2 = x\bar{z}$, $K_3 = \bar{x}y$, $K_4 = y\bar{z}$, $K_5 = z\bar{x}$, $K_6 = z\bar{y}$.

$N_f = \{(0,0,1);(0,1,0);(0,1,1);(1,0,0);(1,0,1);(1,1,0)\}$ складаємо вираз виду (1)

$$(K_5 \vee K_6)(K_3 \vee K_4)(K_3 \vee K_5)(K_1 \vee K_2)(K_1 \vee K_6)(K_2 \vee K_4) = (K_5 \vee K_3 K_6)(K_4 \vee K_2 K_3)(K_1 \vee K_2 K_6) = \\ K_1 K_4 K_5 \vee K_1 K_2 K_3 K_5 \vee K_1 K_3 K_4 K_6 \vee K_1 K_2 K_3 K_6 \vee K_2 K_4 K_5 K_6 \vee K_2 K_3 K_5 K_6 \vee K_2 K_3 K_4 K_6 \vee \\ \vee K_2 K_3 K_6 = K_1 K_4 K_5 \vee K_1 K_2 K_3 K_5 \vee K_1 K_2 K_4 K_6 \vee K_1 K_2 K_3 K_6 \vee K_2 K_4 K_5 K_6 \vee K_2 K_3 K_6$$

Таким чином, $f(x, y, z)$ має шість тупикових ДНФ

$$D_1 = K_1 \vee K_4 \vee K_5 = x\bar{y} \vee y\bar{z} \vee z\bar{x}$$

$$D_2 = K_1 \vee K_2 \vee K_3 \vee K_5 = x\bar{y} \vee x\bar{z} \vee \bar{x}y \vee z\bar{x}$$

$$D_3 = K_1 \vee K_2 \vee K_4 \vee K_6 = x\bar{y} \vee \bar{x}y \vee y\bar{z} \vee z\bar{y}$$

$$D_4 = K_1 \vee K_2 \vee K_3 \vee K_6 = x\bar{y} \vee x\bar{z} \vee \bar{x}y \vee z\bar{y}$$

$$D5 = K_2 \vee K_4 \vee K_5 \vee K_6 = x\bar{z}\bar{y}z\bar{x}\bar{z}\bar{y}$$

$$D6 = K_2 \vee K_3 \vee K_6 = x\bar{z}\bar{v}\bar{x}y\bar{z}\bar{y}$$

Дві з них D1 і D6 є мінімальними ДНФ (метод Квайна).

Розглянемо метод імплікантної матриці знаходження мінімальних ДНФ.

Для булевої функції $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ знаходимо скорочену ДНФ $f = K_1 \vee K_2 \vee \dots \vee K_t$. Побудуємо для цієї функції імплікантну матрицю, що представляє собою таблицю, рядками якої є K_1, K_2, \dots, K_t , а стовбцями $N_f = \{a_1, \dots, a_p\}$

	a1	a2	...	aj	...	ap
K1						
K2						
...						
Ki				+		
...						
Kt						

Для кожного K_i знаходимо набір a_j такий, що $K_{ij}(a_j)=1$. Клітку імплікантної матриці, утворену перетином i -ого рядка та j -ого стовпця відзначимо хрестиком.

Щоб отримати мінімальну ДНФ заданої функції, досить знайти мінімальне число K_i , $i = 1, 2, \dots, t$, які спільно накривають хрестиками всі стовпці імплікантної матриці.

Приклад 6 Знайти мінімальні ДНФ для функції $f(x, y, z) = (x \vee y \vee z) (\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z})$.

З попереднього прикладу випливає, що скорочена ДНФ для даної функції $x\bar{y}\bar{v}x\bar{z}\bar{v}x\bar{y}\bar{z}\bar{v}x\bar{z}\bar{y}$. Будуємо імплікантну матрицю

	(0,0,1)	(0,1,0)	(0,1,1)	(1,0,0)	(1,0,1)	(1,1,0)
$x\bar{y}$				+	+	
$x\bar{z}$				+		+
$\bar{x}y$		+	+			
$y\bar{z}$		+				+
$z\bar{x}$						
$z\bar{y}$						

З таблиці видно, що дана функція має дві мінімальні ДНФ: $x\bar{y}\bar{v}x\bar{z}\bar{v}x\bar{z}\bar{y}$, $x\bar{z}\bar{v}\bar{x}y\bar{z}\bar{y}$.

Завдання 1

Виконати завдання по аналітичному перетворенню ФАЛ, зазначені в варіанті згідно з таблицею 1 варіантів Завдання 1.

Таблиця 1 – варіанти для завдання 1

№ вар	I	II	III	IV	V
1	1	10	5	1	6
2	2	11	6	2	7
3	3	12	1	3	8
4	4	13	2	4	9
5	5	1	3	5	10
6	6	2	4	6	1
7	7	3	5	7	2
8	8	4	6	8	3
9	9	5	7	9	4
10	10	6	8	10	5
11	1	7	9	6	6
12	2	8	10	7	7
13	3	9	7	8	8
14	4	10	8	1	9
15	5	1	1	2	10
16	6	9	2	3	4
17	7	2	3	4	3
18	8	3	4	5	7
19	9	4	5	6	1
20	10	5	6	7	2
21	1	6	7	8	3
22	2	7	8	9	4
23	3	8	9	10	5
24	4	9	10	1	6
25	5	10	1	2	7

I. Знайти скорочену ДНФ графічним методом

1) $f(x, y, z) = (01101010)$

2) $f(x, y, z) = (01110110)$

3) $f(x, y, z) = (11100001)$

4) $f(x, y, z) = (10100110)$

5) $f(x, y, z) = (01111010)$

6) $f(x, y, z) = (11110001)$

$$7) f(x, y, z) = (01111110)$$

$$8) f(x, y, z) = (01010101)$$

$$9) f(x, y, z) = (10110001)$$

$$10) f(x, y, z) = (01011110)$$

II. Знайти скорочену ДНФ методом Блейка

$$1) \bar{x} \bar{y} \vee x \bar{y} u \vee y \bar{z} u$$

$$2) \bar{x} \bar{y} z \vee x \bar{y} u \vee z u$$

$$3) x \bar{y} \vee \bar{x} y z \vee x u \vee \bar{x} y \bar{z}$$

$$4) x y u \vee \bar{z} u \vee \bar{x} y$$

$$5) x y \vee \bar{x} z \vee x \bar{y} z u \vee \bar{x} y z u$$

$$6) x y z \vee \bar{x} y \bar{z} \vee \bar{y} u \vee u x$$

$$7) x y u \vee \bar{x} z \vee \bar{y} z \vee \bar{x} u$$

$$8) x \bar{y} \vee \bar{x} y u \vee \bar{x} u$$

$$9) x y z \vee \bar{x} y \vee \bar{y} z \vee x \bar{z}$$

$$10) \bar{x} y \vee x \bar{y} u \vee \bar{x} z u \vee z y u$$

III. Знайти скорочену ДНФ методом Нельсона

$$1) (x \vee y \vee \bar{z}) (\bar{x} \vee y \vee z) (\bar{y} \vee \bar{z})$$

$$2) (x \vee u) (y \vee \bar{z} \vee \bar{u}) (\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z})$$

$$3) (x \vee \bar{y} \vee \bar{z}) (\bar{x} \vee u) (y \vee z \vee \bar{u})$$

$$4) (x \vee \bar{y} \vee u) (\bar{x} \vee \bar{u}) (x \vee y \vee z)$$

$$5) (\bar{x} \vee \bar{u}) (x \vee \bar{y} \vee \bar{u}) (x \vee y \vee z) (\bar{y} \vee \bar{z})$$

$$6) (x \vee y \vee \bar{u}) (\bar{x} \vee y \vee u) (\bar{y} \vee \bar{z})$$

$$7) (x \vee y) (x \vee \bar{z} \vee \bar{y}) (\bar{x} \vee \bar{u} \vee \bar{y})$$

$$8) (\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z}) (x \vee \bar{u}) (\bar{x} \vee y \vee u)$$

$$9) (x \vee z \vee \bar{u}) (\bar{x} \vee \bar{z} \vee u) (y \vee \bar{u})$$

$$10) (x \vee y \vee u) (\bar{x} \vee \bar{y} \vee z) (\bar{u} \vee \bar{z})$$

IV. Знайти скорочену ДНФ методом карт Карно

$$1) f(x, y, z, u) = (0011101110001101)$$

$$2) f(x, y, z, u) = (1001011100111001)$$

$$3) f(x, y, z, u) = (1101011000011110)$$

$$4) f(x, y, z, u) = (0010110101110111)$$

$$5) f(x, y, z, u) = (0011101101100010)$$

$$6) f(x, y, z, u) = (1011010111001100)$$

$$7) f(x, y, z, u) = (0001101010111010)$$

$$8) f(x, y, z, u) = (1001101000101101)$$

$$9) f(x, y, z, u) = (1001101010110101)$$

$$10) f(x, y, z, u) = (0011101000111001)$$

V. Знайти всі мінімальні ДНФ

$$1) f(x, y, z, u) = (0000110010101111)$$

$$2) \bar{x}yz \vee x \bar{y}z \vee xy\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee x \bar{y}z \vee \bar{x} \bar{y}z$$

$$3) f(x, y, z, u) = (1111100001001100)$$

$$4) f(x, y, z, u) = (0000001111111101)$$

$$5) f(x, y, z, u) = (0001101111011011)$$

$$6) f(x, y, z, u) = (1110011000010101)$$

$$7) f(x, y, z, u) = (0110101111011110)$$

$$8) \bar{x}yz \vee \bar{x} \bar{y}z \vee xyz \vee xy\bar{z} \vee \bar{z} \vee x \bar{y}z \vee \bar{x} \bar{y}z$$

$$9) f(x, y, z) = (x \vee \bar{z})(\bar{x} \vee \bar{x} \bar{y} \vee z)(y \vee z)(\bar{x} \vee \bar{x} \bar{y} \vee \bar{z})$$

$$10) \bar{x}y\bar{z}u \vee \bar{x} \bar{y}z \bar{u} \vee xy \vee \bar{z}u$$

Завдання 2

1. Перевірити чи є мінімальною нормальна форма, наведена в таблиці 2 в графі 2. Якщо ні, побудувати мінімальну форму. Перевірку виконати за допомогою геометричного методу і шляхом використання карт Карно. Оцінити ранг функцій, отриманих при мінімізації різними методами.

2. За допомогою карт Карно мінімізувати повністю задану функцію 4-х змінних. Вхідні дані в таблиці 2 в графі 3. У таблиці вказані номери наборів, на яких функція приймає одиничне значення. Оцінити ранг функції, отриманої при мінімізації.

3. За допомогою карт Карно мінімізувати в неповністю задану функцію 5 змінних. Вхідні дані в таблиці 3. У графі 2 - номери наборів, на яких функція

дорівнює 1, в графі 3 - заборонені набори. Підтвердити правильність мінімізації функції п'яти змінних методами Квайна або Мак-Класкі. Оцінити ранги отриманих функцій.

4. Синтезувати схему формування логічної умови, яка повинна перевіряти, чи задовольняє чотирьох розрядне двійкове число x , що надходить на вхід схеми, необхідному обмеженню. Схему синтезувати в заданому базисі логічних елементів. Вхідні дані наведені в таблиці 4.

Таблиця 2 – Варіанти завдання 2 пункти 1 та 2.

Номер варіанту	Нормальна форма ФАЛ	Номера наборів
1	$ab \vee abc \vee abc \vee a\bar{b}\bar{c}$	2,4,7,6,9,12,13,14,15
2	$a\bar{b}\bar{c} \vee bc \vee a\bar{b}c$	0,1,24,6,8,10,13,15
3	$ab \vee ac \vee a\bar{b}c \vee a\bar{c}b$	1,3,4,6,7,9,10,11,15
4	$ac \vee \bar{b}\bar{c} \vee \bar{a}\bar{b}c \vee a\bar{c}\bar{b}$	0,1,2,4,6,9,10,11,14
5	$ab \vee a\bar{b}\bar{c} \vee \bar{a}\bar{b}c \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c}$	1,3,4,5,7,9,11,10,15
6	$ad \vee a\bar{c} \vee \bar{a}\bar{b} \vee abc$	2,3,4,6,8,9,11,12,14
7	$cb \vee a\bar{c}\bar{b} \vee abc \vee \bar{a}\bar{b}$	3,4,5,7,9,11,13,14,15
8	$cb \vee \bar{a}\bar{b} \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c} \vee a\bar{b}\bar{c}$	1,2,3,5,7,8,10,12,14
9	$abc \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c} \vee cb \vee \bar{a}\bar{b}c$	3,4,5,7,8,9,12,13,15
10	$ab \vee ac \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c} \vee abc$	4,5,6,10,11,12,13,14,15
11	$ab\bar{c} \vee ac\bar{b} \vee a\bar{c}b \vee \bar{a}\bar{b}c$	2,4,5,7,10,11,12,13,15
12	$ab\bar{c} \vee \bar{a}\bar{b}c \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c} \vee \bar{a}\bar{b}$	3,5,6,8,9,11,13,14,15
13	$a\bar{b}\bar{c} \vee bc \vee \bar{a}\bar{b}c \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c}$	0,1,2,4,6,8,10,13,15
14	$a\bar{b} \vee a\bar{c} \vee abc \vee a\bar{b}\bar{c}$	1,2,3,4,6,9,10,11,12
15	$a\bar{b}\bar{c} \vee a\bar{c} \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c} \vee ab$	2,4,6,7,8,10,12,14,15
16	$ab \vee a\bar{c} \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c} \vee a\bar{b}\bar{c}$	3,5,6,7,9,10,11,12,14
17	$ac \vee ab \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c} \vee abc\bar{d}$	0,2,4,6,8,9,11,13,15
18	$a\bar{b} \vee \bar{a}\bar{b} \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c} \vee \bar{a}\bar{b}c$	5,7,6,8,10,12,13,14,15
19	$a\bar{b} \vee abc \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c} \vee abc$	2,5,6,8,9,10,12,14
20	$\bar{a}c \vee abc \vee \bar{a}\bar{b} \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c}$	3,5,7,6,8,10,11,14,15
21	$\bar{a}\bar{b} \vee a\bar{c} \vee abc \vee \bar{a}\bar{b}$	4,5,6,8,9,10,12,13,14
22	$\bar{a}\bar{b} \vee abc \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c} \vee abc$	5,7,9,10,11,12,14,15
23	$\bar{a}c \vee \bar{a}\bar{b}c \vee ab \vee a\bar{b}\bar{c}$	0,1,2,8,9,10,11,14,15
24	$a\bar{b} \vee ac \vee a\bar{b}\bar{c} \vee abc$	1,3,5,6,8,9,10,12,13
25	$ab \vee abc \vee a\bar{b}\bar{c} \vee bc$	2,3,6,7,8,9,11,12,14
26	$\bar{a}\bar{b}\bar{c} \vee bc \vee ab \vee \bar{a}\bar{b}c$	3,4,6,9,11,12,14,15
27	$ab \vee \bar{a}\bar{b}c \vee a\bar{c} \vee \bar{b}c$	4,5,6,7,9,11,13,15
28	$cb \vee abc \vee a\bar{c} \vee ab$	5,6,9,10,11,13,14,15
29	$cb \vee a \vee abc \vee \bar{a}\bar{b}$	6,7,8,10,11,12,14,15
30	$ab \vee a\bar{c} \vee \bar{a}\bar{b} \vee abc$	7,8,9,11,12,13,15

Таблиця 3– Варіанти завдання 2 пункт 3.

Номер варіанту	Номери одиничних наборів	Номери заборонених наборів
1	0,1,3,8,10,12,14,24,26,28,30	9,16,17,19,25
2	1,2,3,5,7,9,10,17,19,23	6,12,11,20,21,22
3	8,9,16,18,20,22,24,26,27,29	0,1,25,12,13,19,31
4	2,3,5,6,7,10,11,19,14,15,18,22	19,23,8,9,12,24,16
5	0,2,4,6,11,15,16,18,20,22	12,19,31,10,26,14,30,26
6	0,1,3,5,16,17,19,21,24,25	29,23,31,9,11,12,13,15
7	1,3,2,6,7,10,11,14,17,18,19	22,23,30,31,29,28,8,9
8	8,9,11,24,25,27,4,12,28,13,15	10,1,3,4,5,7,15,31,23
9	10,14,26,30,7,5,23,22,18,19	26,27,11,12,12,21,20
10	7,5,13,15,26,30,11,25,27,29	31,9,0,1,3,16,17,19
11	1,3,9,11,25,27,10,14,15,31	30,6,7,2,5,4,13,12,28
12	31,23,21,20,28,17,19,18,27	26,30,28,31,0,1,2,3,25
13	12,29,28,8,24,25,17,21,12	9,13,20,10,14,26,31
14	1,8,9,11,25,16,17,19,13,12	28,29,14,15,0,26,18,30
15	11,27,26,25,31,15,6,7,5	22,23,21,30,0,18,9
16	0,1,2,6,5,4,27,26,30,14,22	31,29,28,16,17,8,9
17	2,10,26,6,14,30,22,12,20,28	4,8,24,16,0,1,19,18
18	24,25,17,27,18,22,31,28	29,30,19,3,2,6,7,5,4
19	9,25,13,29,15,31,3,11,10,26	8,24,12,7,5,4,17,19
20	7,15,31,13,29,3,2,11,27	5,10,16,17,21,20,0
21	11,25,27,26,30,31,15,29	10,14,13,7,5,4,22,21,20
22	5,4,13,12,24,25,17,29,21	16,28,0,1,8,9,6,2,10
23	21,28,20,25,24,16,0,1,8	9,17,10,26,14,30,4,12
24	8,24,10,26,14,12,7,5,23	22,21,8,9,11,10,14,18
25	1,3,9,11,25,27,5,13,29,28	4,12,19,26,10,2,22,23
26	4,8,24,16,0,1,17,18,19,20	2,6,14,30,22,12,28
27	0,1,3,9,11,27,5,13,29	14,30,31,15,17,18,19
28	3,2,11,10,26,8,9,12,13	24,15,21,23,20,0,1
29	27,19,18,22,23,31,3,2,6	7,24,8,9,13,12,10,20
30	12,28,20,9,8,24,16,13	17,25,3,2,7,5,21,26

Таблиця 4 – варіанти завдання 2 пункт 4

Номер варіанту	Логічна умова	Базис
1	$X < 5 \vee X > 13$	$\{\wedge, \neg\}$
2	$1 < X < 6 \vee X = 7 \vee X \geq 13$	$\{\vee, \neg\}$
3	$0 \leq X < 5 \vee X = 8 \vee 11 \leq X \leq 14$	$\{\wedge, \neg\}$
4	$2 \leq X \leq 5 \vee X = 7 \vee X = 9 \vee X \geq 13$	$\{\vee, \neg\}$
5	$X \leq 3 \vee X = 5 \vee X = 8 \vee X \geq 12$	$\{\wedge, \neg\}$
6	$X = 4 \vee 7 < X \vee X > 13$	$\{\wedge, \neg\}$
7	$X = 3 \vee X = 5 \vee X \geq 11$	$\{\vee, \neg\}$
8	$X < 4 \vee 8 < X \leq 12 \vee X = 15$	$\{\vee, \neg\}$
9	$0 < X \leq 7 \vee X = 10 \vee X > 13$	$\{\wedge, \neg\}$
10	$X \leq 5 \vee 7 < X \leq 12 \vee X \geq 14$	$\{\wedge, \neg\}$
11	$4 \leq X < 6 \vee 9 < X < 12 \vee X \geq 14$	$\{\vee, \neg\}$
12	$0 \leq X < 5 \vee X = 9 \vee 10 < X \leq 13$	$\{\wedge, \neg\}$
13	$2 \leq X < 6 \vee 10 < X \leq 12 \vee X = 15$	$\{\vee, \neg\}$
14	$0 \leq X \leq 3 \vee 9 < X \leq 11 \vee X \geq 14$	$\{\wedge, \neg\}$
15	$X \leq 5 \vee 7 \leq X \leq 12 \vee X > 13$	$\{\vee, \neg\}$
16	$X = 3 \vee X = 7 \vee X \geq 12$	$\{\wedge, \neg\}$
17	$0 \leq X \leq 6 \vee X = 11 \vee X \geq 14$	$\{\vee, \neg\}$
18	$5 \leq X \leq 7 \vee X = 8 \vee X = 10 \vee X \geq 13$	$\{\vee, \neg\}$
19	$1 \leq X \leq 3 \vee 9 < X < 11 \vee X > 14$	$\{\wedge, \neg\}$
20	$0 < X \leq 6 \vee X \geq 8$	$\{\wedge, \neg\}$
21	$0 \leq X < 6 \vee 8 \leq X \leq 9 \vee X > 12$	$\{\vee, \neg\}$
22	$5 \leq X \leq 6 \vee 9 \leq X \leq 13 \vee X = 15$	$\{\wedge, \neg\}$
23	$X < 4 \vee 9 \leq X < 12 \vee X > 14$	$\{\vee, \neg\}$
24	$X < 5 \vee 8 < X < 11 \vee X \geq 13$	$\{\wedge, \neg\}$
25	$1 \leq X \leq 9 \vee X = 11 \vee X \geq 13$	$\{\vee, \neg\}$
26	$X = 5 \vee X = 7 \vee X > 8$	$\{\wedge, \neg\}$
27	$X = 2 \vee X = 3 \vee X \geq 8$	$\{\vee, \neg\}$
28	$X = 2 \vee X = 4 \vee X = 6 \vee X \geq 12$	$\{\wedge, \neg\}$
29	$X = 3 \vee 5 < X < 10 \vee X \geq 13$	$\{\vee, \neg\}$
30	$X = 1 \vee 4 \leq X \leq 9 \vee X = 13 \vee X = 15$	$\{\wedge, \neg\}$

Контрольні питання

1. Геометричне подання ФАЛ на одиничному кубі.
2. Скорочена і мінімальна форми. Ранг кон'юнкції і нормальної форми. Мінімізація ФАЛ на одиничному кубі.
3. Метод невизначених коефіцієнтів.
4. Таблично-аналітичний метод Квайна. Модифікація методу Квайна -метод Мак-Класки.
5. Карти Карно для функцій 2,3,4,5 змінних. Відповідність між двійковими наборами і клітинами карт Карно. Відповідність між елементарними кон'юнкція і клітинами карт Карно.
6. Нанесення ФАЛ, заданої в СДНФ на карти Карно-Вейча. Нанесення ФАЛ, заданої в СКНФ на карти Карно-Вейча. Операції склеювання на картах Карно-Вейча. Побудова МДНФ на картах Карно-Вейча.
7. Неповністю визначені ФАЛ. Довизначення неповністю визначеної ФАЛ, їх кількість. Мінімальне довизначення. Теорема про МНДФ для неповністю визначеної ФАЛ.
8. Мінімізація неповністю визначеною ФАЛ на картах Карно-Вейча.
9. Як модифікувати методи Квайна і Мак-Класки для мінімізації неповністю визначених ФАЛ.
10. Мінімальна диз'юнктивна нормальна форма.
11. Область істинності булевої функції.
12. Інтервал.
13. Покриття області істинності.
14. Скорочена ДНФ.
15. Алгоритми побудови скороченої ДНФ (Блейка, Нельсона, мінімізуючих карт).
16. Неприводимі покриття.
17. Метод імплікантної матриці (метод Квайна).

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №5

Способи завдання графів

Основні теоретичні відомості

Граф можна визначити як сукупність двох множин: $G=(V,E)$, де V -непорожня множина, елементи якої називаються вершинами, і E - довільна множина пар (v_i, v_j) елементів з множини V , тобто $v_i \in V, v_j \in V, E \subseteq V^2$. Елементи множини E називаються ребрами.

Саме поняття графа має на увазі графічне представлення даного об'єкта. Вершини зображуються точками, а ребра – лініями, що з'єднують ці точки. Якщо ребра представляють впорядковані пари вершин, відповідні лінії зображуються стрілками (рис. 1). Такі ребра називають орієнтованими ребрами або, частіше, дугами. У цьому випадку маємо справу з орієнтованим графом на відміну від неорієнтованого графа, на ребрах якого порядок вершин не заданий.

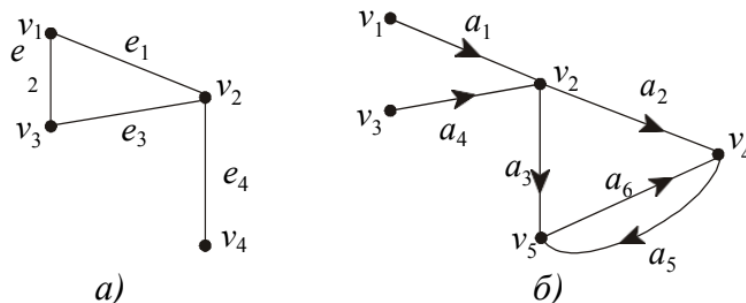


Рисунок 1 – Приклади графів: а) неорієнтований; б) орієнтований

Вершини неорієнтованого графа, що зв'язуються ребром, вважаються кінцями цього ребра. Наприклад, кінцями ребра e_2 графа на рис. 1,а) є вершини v_1 і v_3 . Прийнято позначати ребра також парами їх кінців, наприклад $e_2 = v_1v_3$. Кожна впорядкована пара вершин (v_i, v_j) , що представляє дугу в орієнтованому графі, має початок v_i і кінець v_j . Кажуть, що дуга виходить з початку і входить в кінець. В орієнтованому графі на рис. 1,б) початком дуги a_4 є вершина v_3 і кінцем – вершина v_2 . Це можна уявити як $a_4 = (v_3, v_2)$.

Між вершинами і ребрами неорієнтованого графа так само, як між вершинами і дугами орієнтованого графа, існує відношення інцидентності. При цьому в неорієнтованому графі $G=(V,E)$ вершина $v \in V$ і ребро $e \in E$ є інцидентними, якщо v є одним з кінців ребра e . В орієнтованому графі $G=(V,A)$ вершина $v \in V$ і дуга $a \in A$ інцидентні, якщо v є початком або кінцем дуги a . Дві вершини неорієнтованого графа суміжні, якщо вони інцидентні одному і тому ж ребру.

Граф може містити петлі, тобто ребра, кінці яких збігаються, або дуги, у яких початок збігається з кінцем. Очевидно, орієнтація петлі несуттєва.

Граф (орграф) називається зв'язним, якщо для будь-якої пари вершин графа одна з них досяжна з іншої.

Множина всіх вершин графа G , суміжних з вершиною v , називається околицею вершини v і позначається символом $N(v)$. Потужність множини $N(v)$, що позначається $d(v)$, називається ступенем вершини v .

Вершина графа, суміжна з кожною іншою його вершиною, називається домінуючою. Ступінь домінуючої вершини дорівнює $|V|$. Вершина графа ступінь якої дорівнює 0 називається ізольованою. Висячою вершиною графа називають вершину ступінь якої дорівнює 1.

В орієнтованому графі з деякою вершиною v пов'язані дві множини: напівоколиця результату $N^+(v)$ – безліч вершин, в які входять дуги, що виходять з вершини v , і напівоколиця заходу $N^-(v)$ – безліч вершин, з яких виходять дуги, що заходять в v . Відповідно потужність множини $N^+(v)$ називається напівступенем результату і позначається $d^+(v)$, а потужність множини $N^-(v)$ – напівступенем заходу і позначається $d^-(v)$. Можна говорити про околиці $N(v)$ і ступеня $d(v)$ вершини v орієнтований граф. При цьому $N(v) = N^+(v) \cup N^-(v)$ і $d(v) = d^+(v) + d^-(v)$.

Для неорієнтованого графа з безліччю ребер e очевидно наступне співвідношення: $\sum_{v \in V} d(v) = 2|E|$ звідки випливає, що в будь-якому неорієнтованому графі число вершин з непарною ступенем завжди парно.

Лема: сума ступенів вершин будь-якого графа дорівнює подвоєному числу його ребер. Крім того, з формули випливає, що в будь-якому графі число вершин

непарного ступеня парно. Дане твердження відоме як лема про рукостискання. Назва походить від відомої математичної задачі: необхідно довести, що в будь-якій групі число людей, які потиснули руку непарному числу інших, парно.

$$\sum_{v \in V(G)} \deg v = 2 \cdot |E(G)| \quad (1)$$

Доказ:

Візьмемо порожній граф. Сума ступенів вершин такого графа дорівнює нулю. При додаванні ребра, що зв'язує будь-які дві вершини, сума всіх ступенів збільшується на 2 одиниці. Таким чином, сума всіх ступенів вершин парна і дорівнює подвоєному числу ребер.

Наприклад, для наступного графа (рис.2) виконано:

$$\deg(1) + \dots + \deg(6) = 16 = 2 \cdot |E|$$

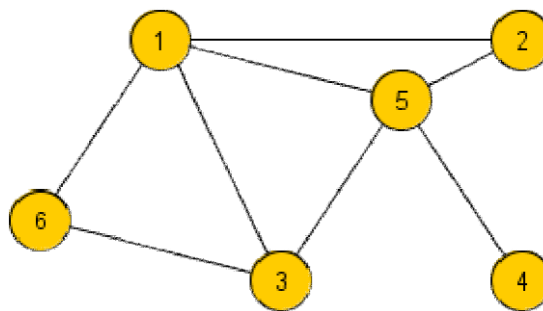


Рисунок 2 – Приклад для леми про рукостискання

Слідство 1. У будь-якому графі число вершин непарного ступеня парно.

Слідство 2. Число ребер в повному графі $\frac{n \cdot (n-1)}{2}$. Для орієнтованого графа з безліччю дуг а маємо

$$\sum_{v \in V} d^+(v) = \sum_{v \in V} d^-(v) = |A|$$

У практичних додатках граф (орієнтований або неорієнтований), як правило, є кінцевим, тобто його безліч вершин скінченні. Спеціальний розділ теорії графів

вивчає також нескінченні графи, у яких безліч вершин нескінченно.

Граф $G=(V,E)$, у якого безліч ребер порожньо, тобто $E = \emptyset$, називається порожнім графом. Неорієнтований граф називається повним, якщо будь-які дві його вершини суміжні. Повний граф, число вершин якого n , позначається символом K_n .

Позначимо безліч ребер повного графа символом U . Доповненням графа $G=(V,E)$ є граф $\bar{G} = (V, \bar{E})$, у якого $\bar{E} = U \setminus E$. Очевидно, що всякий повний граф є доповненням деякого порожнього графа і, навпаки, всякий порожній граф є доповненням деякого повного графа.

Граф називається дводольним, якщо множина його вершин V розбита на дві непересічні підмножини V' і V'' , а кінці будь-якого його ребра знаходяться в різних підмножинах. Такий граф задається як $G=(V',V'',E)$ або як $G=(V',V'',A)$. У повному дводольному графі (V',V'',E) кожна вершина з V' пов'язана ребром з кожною вершиною з V'' . Повний дводольний граф, у якого $|V'| = p$ і $|V''| = q$, позначається символом $K_{p,q}$.

Частини графа

Граф $H=(W,F)$ називається підграфом графа $G=(V,E)$, якщо $W \subseteq V$, $F \subseteq E$ і обидві вершини, які належать до будь-якого ребра з F , належать W .

Підграф H графа G називається його остовним підграфом, якщо $W=V$. Таким чином, остовний підграф має туж саму безліч вершин, що і вихідний граф G , але безліч дуг підграфа є підмножиною безлічі дуг вихідного графа.

Якщо F є множиною всіх ребер графа G , всі кінці яких містяться в множині W , то підграф $H=(W,F)$ називається підграфом, породженим множиною W .

Підграф $H=(W,F)$ називається правильним підграфом графа $G=(V,E)$, якщо H містить усі можливі ребра G .

Підграф $G'=(V',U')$ графа $G=(V,U)$ називається вершинно-породженим, якщо $V' \subseteq V$ і його безліч ребер U' містить всі ті ребра графа G , обидва кінці яких містяться в V' . Підграф $G'=(V',U')$ графа $G=(V,U)$ називається реберно-породженим, якщо $U' \subseteq U$ і його безліч вершин V' складається з усіх тих вершин графа G , які є

кінцевими для ребер з U' . Приклади вершинно-породженого підграфа G_1 (множина вершин p_1, p_2, p_3) і реберно-породженого підграфа G_2 (множина ребер $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_4, \alpha_6$) для вихідного графа G_0 наведені на рис.3.

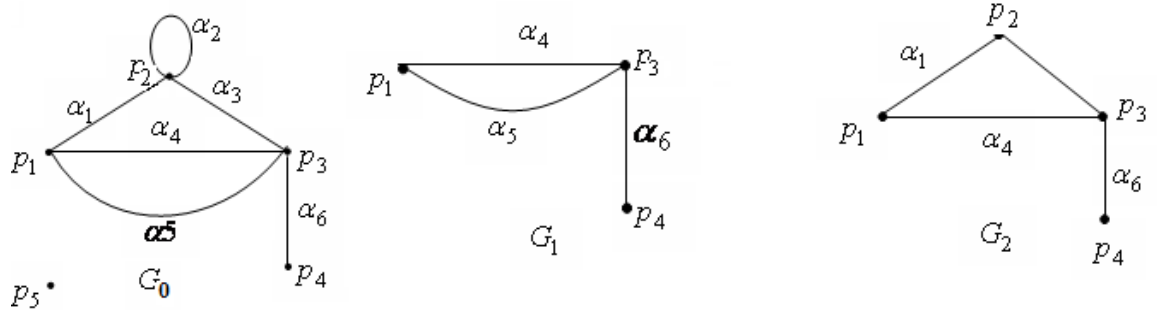


Рисунок 3 – Приклади породжених підграфів

На рис. 4 наведено ще ряд прикладів остовних і породжених підграфів.

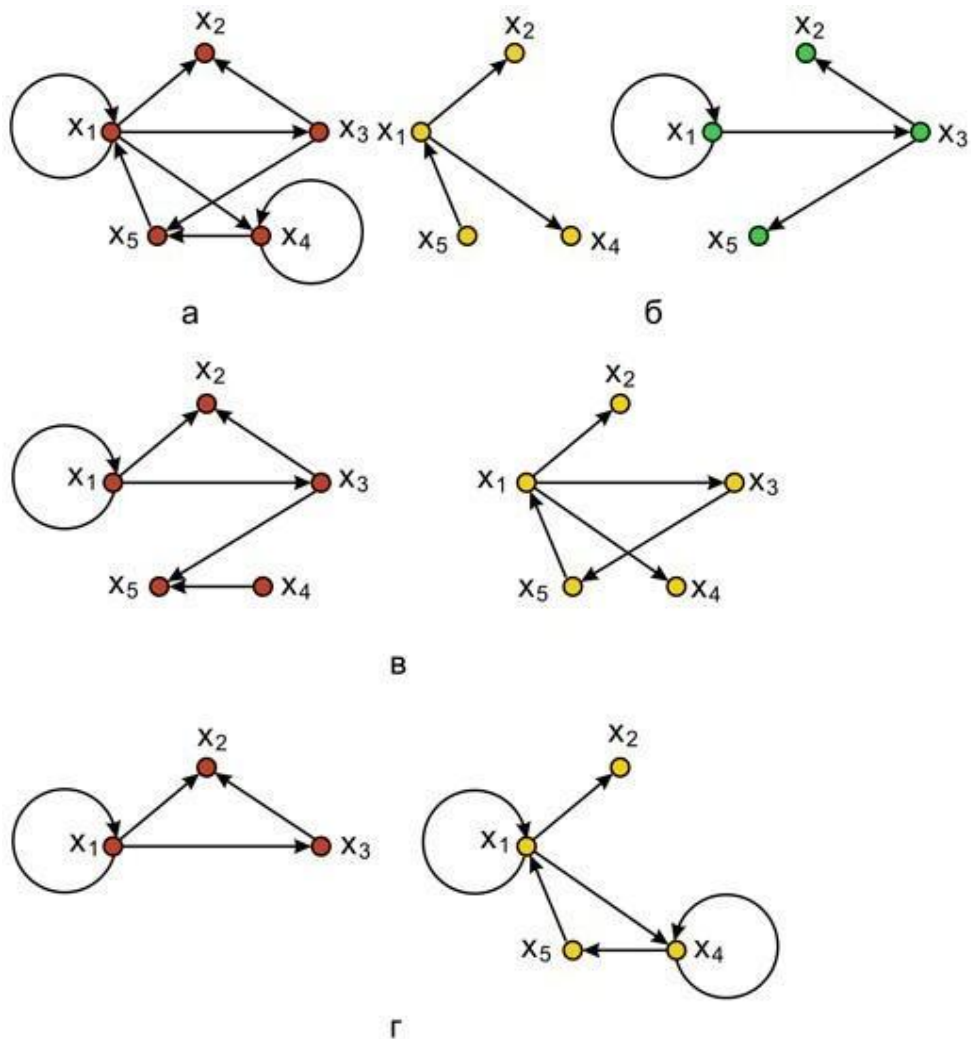


Рисунок 4 – Види підграфів: а-вихідний граф; б-підграфи; в-остовні

підграфи; γ - породжені підграфи

Підграф G' графа G називається максимальним, якщо для будь-якого графа G'' такого, що $G' \subseteq G'' \subseteq G$ випливає, що або $G'=G''$ або $G''=G$ (іншими словами, підграф G' - максимальний підграф в графі G , якщо не існує власного підграфа G'' графа G , для якого підграф G' , в свою чергу, був би власним підграфом).

Будь-яка послідовність виду $v_1, e_1, v_2, e_2, \dots, e_k, v_{k+1}$, де v_1, v_2, \dots, v_{k+1} - вершини деякого графа, а e_1, e_2, \dots, e_k - його ребра, причому $e_i = v_i v_{i+1}$ ($i = 1, 2, \dots, k$), називається маршрутом. Маршрут може бути кінцевим або нескінченним. Одне і те ж ребро може зустрічатися в маршруті не один раз. Довжиною маршруту називається кількість входних в нього ребер, причому кожне ребро вважається стільки раз, скільки воно зустрічається в даному маршруті.

Маршрут, всі ребра якого різні, називається ланцюгом. Ланцюг, всі вершини якої різні, називається простий ланцюгом. З поняттям довжини ланцюга пов'язано поняття відстані в графі. Під відстанню між двома вершинами розуміється довжина найкоротшого ланцюга, що зв'язує дані вершини.

Маршрут $v_1, e_1, v_2, e_2, \dots, e_k, v_1$ називається циклічним. Циклічний ланцюг називається циклом. Простий цикл - це циклічний простий ланцюг.

Будь- який ланцюг і будь- який цикл графа можна розглядати як його підграф.

Незалежна множина вершин (внутрішньо стійка множина) - це множина вершин графа G така, що будь- які дві вершини в ній не суміжні, тобто ніяка пара вершин не з'єднана ребром. Множина $S \subseteq V$, що задовольняє умові $S \cap E(S) = \emptyset$ (1) називається незалежною множиною вершин. Для графа, зображеного на рисунку 5, незалежними є $\{x_7, x_8, x_2\}$, $\{x_3, x_1\}$ множини вершин.

Незалежна множина називається максимальною, коли немає іншої незалежної множини, в яку вона б входила. Якщо множина задовольняє умові (1) і умові $H \cap E(H) \neq \emptyset \quad \forall H \supset S$ (2) є максимальною незалежною множиною. Наприклад, множини $\{x_1, x_3, x_7\}$ і $\{x_4, x_6\}$ максимальні незалежні, а $\{x_7, x_8, x_2\}$ — ні. У графі може бути більше однієї незалежної множини.

Якщо Q є сімейством усіх незалежних множин графа G , то $\alpha[G] = \max_{S \in Q} |S|$ (3)

називається числом незалежності графа G , а множина S^* , на якій досягається цей максимум, називається найбільшою незалежною множиною.

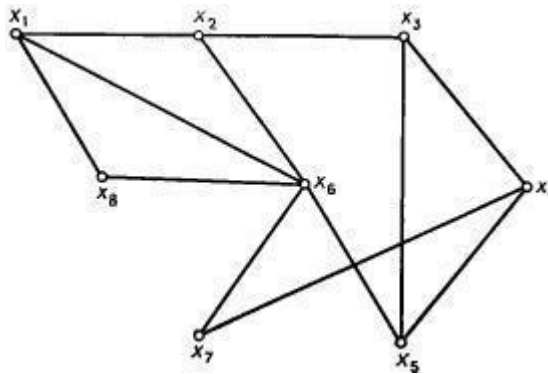


Рисунок 5 – Граф з двома максимально незалежними множинами вершин

Завдання

Для виконання завдань необхідно створити граф відповідно до алгоритму генерації варіантів. Далі виконати завдання, перераховані в змісті звіту.

Алгоритм генерації варіантів

$GV(P, X): A [1..P, 1..P]$

P – кількість вершин графа;

X – параметр генерації (безліч цілих);

A – матриця суміжності графа;

S – локальний параметр;

$S = \langle \text{прізвище} \rangle \langle \text{ім'я} \rangle \langle \text{по батькові} \rangle$ без пробілів;

$n(C)$ – функція, яка повертає номер літери українського алфавіту.

1. Видалити з S всі повторні входження букв.

Побудувати матрицю $Y = (y_{ij}), i, j = \overline{1, P}$:

$y_{ij} = |n(S_i) - n(S_j)|$

Побудувати матрицю $A = (a_{ij}), i, j = \overline{1, P}$:

якщо $i = j$, то $a_{ij} = 0$, інакше

$$a_{i,j} \begin{cases} 1, & y_{i,j} \bmod x = 0 \\ 0, & y_{i,j} \bmod x \neq 0 \end{cases}$$

2. Для ізольованої (домінуючої) вершини додати (видалити) одне ребро. Ребро, яке додається (видаляється) пов'язує поточну вершину з наступною за номером. Для останньої вершини наступна - перша.

3. Прийняти для всіх варіантів $P = 7$, $X = 3$.

Зміст звіту

1. Генерація варіанту: S , $n(S)$, допоміжна матриця Y , матриця суміжності A .
2. Графічні зображення вхідного графа G і додавання графа.
3. Побудувати матрицю інцидентності.
4. Побудувати на вершинах x_3, x_4, x_6, x_7 підграф, породжений підграф.
5. Навести приклад остовного підграфа.
6. Знайти максимально повний, максимально повний дводольний графи, породжені даним графом.
7. Знайти максимальну незалежну множину вершин, породжену даним графом.

Контрольні питання

1. Що називають неорієнтованим і орієнтованим графом?
2. Які способи завдання неорієнтованих графів існують?
3. Що таке доповнення графу?
4. Дати визначення ступеня вершини графа. Що таке домінуюча і ізольована вершини? Лема про рукостискання.
5. Дати визначення максимально повного, порожнього, дводольного, повного дводольного графів.
6. Дати визначення максимально незалежної множини вершин.
7. Що називається підграфом, остовним підграфом і породженим безліччю вершин підграфом графа?

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Бардачов Ю.М., Соколова Н.А., Ходаков В.Є. Дискретна математика: підручник. 2-ге вид. перероблене і доп. Київ: Вища школа, 2007. 383 с.
2. Назарова І. А. Дискретний аналіз: навч. методич. посіб. Донецьк: ДВНЗ ДонНТУ, 2012. 277 с.
3. Бондаренко М.Ф., Білоус Н.В., Руткас А.Г. Комп'ютерна дискретна математика: підручник. Харків, Компанія СМІТ, 2004. 480 с.
4. Нікольський Ю.В., Пасічник В.В., Щербина Ю.М. Дискретна математика: Київ: Видавнича група ВНУ, 2007. 368 с.